Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

Академик И. М. ВИНОГРАДОВ

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕМЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Настоящая заметка содержит новые приложения идей, развитых в моих статьях:

A. Новое решение проблемы Варинга, ДАН, 1934, том II, № 6.

B. О некоторых новых проблемах теории чисел, ДАН, 1934, том III, № 1.

В работе A дан новый метод решения проблемы Варинга. В работе B отмечен ряд других общих проблем, которые решаются тем же методом, и описан общий ход решения этих проблем.

Хотя сказанного в работах A и B вполне достаточно для понимания моего метода и места, где он может быть применен, тем не менее я считаю полезным указать здесь некоторые новые примеры его приложений.

1. Первый вариант доказательства теоремы Варинга, изложенный в работе A, можно несколько улучшить, рассматривая некоторое видоизменение интеграла этой работы, а именно интеграл

$$\int_0^1 S_1^2 S_2 S_3^{4n} e^{-2\pi i z N}\, dz; \quad S_1 = \sum e^{2\pi i z U}; \quad S_2 = \sum\sum e^{2\pi i z u v}; \quad S_3 + \sum e^{2\pi i z x^n}, \quad [1]$$

где U, u, v пробегают значения, аналогичные значениям u и v работы A. Тогда для числа S, достаточного для того, чтобы всякое $N > N_0$ могло быть представлено суммою S слагаемых вида x^n, получим выражение, которое является величиною порядка (относительно n) $n^2 \lg n$. Это впрочем несколько хуже, чем порядок n^2 варианта работы B.

Тот же метод работы A, соединенный с некоторыми теоремами о распределении простых чисел в арифметических прогрессиях (разность прогрессии медленно растет с увеличением числа ее членов), дает возможность установить ряд теорем, относящихся к представлению числа N в виде суммы слагаемых, каждое из которых зависит от простых чисел. При этом можно выводить соответствующие асимптотические выражения. Сказанное относится например к представлению положительного целого N формою

$$N = (p_1 p_1')^n + (p_2 p_2')^n + \ldots + (p_s p_s')^n,$$

где все p_i, p_i' простые (s достаточно большое постоянное, зависящее только от n), и в частности формою

$$N = p_1 p_1' + p_2 p_2' + p_3 p_3'$$

или же формою *

$$N = p_1 p_1' + p_2 + p_3.$$

Возможно также рассматривать формы, где часть слагаемых простые числа, другие же — степени целых чисел, а также разнообразнейшие другие случаи.

* В интеграле [1] сумма S_3 отсутствует; буквы U, u, v пробегают простые числа.

2. Кроме случаев о числе целых точек в данном объеме, указанных в работе B, отметим еще, что число целых точек области (задача Пильца) $xyz \leqq a$; $x > 0$; $y > 0$; $z > 0$ получается с остаточным членом порядка

$$a^{\frac{7}{15}+\varepsilon}.$$

Тот же метод в применении к пространству более трех измерений дает еще более значительные понижения. Например в многомерной задаче Пильца

$$x_1 x_2 \dots x_n \leqq a$$

остаточный член получается порядка несравненно более низкого, чем все известные ранее.

3. Как было указано в работе B, многократные суммы можно сводить к суммам меньшей кратности. Например суммы вида

$$\sum_{x_1} \dots \sum_{x_k} \sum_{x_{k+1}} \dots \sum_{x_{k+l}} e^{2\pi i \alpha x_1 \dots x_k x_{k+1} \dots x_{k+l}}$$

(x_i пробегают последовательности целых чисел, заключенных в известных пределах, причем эти числа пробегаются с пропусками и каждое не слишком большое число раз) оцениваются посредством подставки

$$u = x_1 \dots x_k; \quad v = x_{k+1} \dots x_{k+l}$$

и леммы B работы A. Аналогично оцениваются и суммы более общего вида

$$\sum_{x_1} \dots \sum_{x_{k+l}} e^{2\pi i f(w)}; \quad w = x_1 \dots x_{k+l}$$

и др. Важность и разнообразие возможных следствий этих общих сумм представляется очевидной.

4. Изложенные общие принципы дают впервые общий и простой метод для единообразного исследования как проблем аддитивной теории чисел, так и мультипликативных проблем, например проблем, связанных с простыми числами.

В особенности следует отметить, что намечаются подходы к изучению неправильных последовательностей, характеризуемых особенностями распределения, а не столько арифметическими особенностями отдельных членов. Ряд фактов, которые до сих пор привыкли рассматривать как обусловленные тонкими особенностями арифметической структуры (проблема Варинга, представление суммами простых чисел, представление формами с большим числом переменных), фактически объясняется сравнительно несложными структурными особенностями числовых последовательностей.

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова Академии Наук СССР.
Москва.

Поступило
27 X 1934.

MATHEMATICS

SOME THEOREMS OF THE ANALYTICAL THEORY OF NUMBERS

By I. VINOGRADOW, Member of the Academy

SUMMARY

The present paper contains a development of the method elaborated by the autor in his previous papers. The author investigates the following problems.

1. The representation of an integer N in the form

$$N=(p_1 p_1')^n+(p_2 p_2')^n+\ldots+(p_s p_s')^n,$$

where s depends only on n, and all p_i, p_i' are primes. In particular, the representation of N in the forms

$$N=p_1 p_1'+p_2 p_2'+p_3 p_3',$$
$$N=p_1 p_1'+p_2+p_3.$$

2. The improvement of the result of Piltz's problem for the domain

$$x_1 x_2 \ldots x_n \leqq a; \quad x_1>0, \quad x_2>0, \ldots, x_n>0.$$

3. The author examines the sum

$$\sum e^{2\pi i f(w)},$$

where $w=x_1 x_2 \ldots x_s$, and every x_i runs through an irregular set of integers (e. g. prime numbers).

Physico-Mathematical Institute
of the Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
27. X. 1934.

МАТЕМАТИКА

Н. С. КОШЛЯКОВ

член-корреспондент Академии Наук СССР

ОБ ОДНОЙ ОБЩЕЙ СУММАТОРНОЙ ФОРМУЛЕ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯХ

1. В известной монографии Е. Линделёфа (1) приведены условия, при которых имеет место классическая сумматорная формула Плана-Абеля-Коши:

$$\sum_1^\infty f(n)=-\frac{1}{2}f(o)+\int_0^\infty f(x)\,dx-2\int_0^\infty \frac{f(iy)-f(-iy)}{2i}\frac{dy}{e^{2\pi y}-1}. \qquad [1]$$

Однако может случиться, что эти условия не выполняются, и тогда формула [1] отпадает, между тем как представление через определенные интегралы суммы, стоящей в левой части равенства [1], вполне возможно. Примером может служить функция $f(z)=e^{-\rho z^2}$ при $R(\rho)>0$. Равным образом, может оказаться, что при задании функции $f(x)$ в форме определенного интеграла формула [1] не даст ничего, так как она в этом случае приводится к тождеству $0\equiv 0$.

В настоящем сообщении мы дадим представление суммы [1] через определенные интегралы другого типа, причем получаемая сумматорная формула может с успехом применяться именно в тех случаях, в которых формула [1] не имеет места.

2. Пусть $F(s)$ обозначает функцию комплексной переменной $s=\tau+it$, голоморфную в вертикальной полосе, определяемой неравенствами $\alpha_0 \leqslant \tau \leqslant \beta_0$, $-\infty < t < +\infty$, и пусть интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\tau+it)|\,dt$$

сходится для указанных значений τ; допустим далее, что функция $F(s)$ стремится к нулю равномерно в полосе $\alpha_0+\delta<\tau<\beta_0-\delta$, где δ обозначает сколь угодно малое положительное число.

Тогда, как известно, из выражения

$$f(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\tau-i\infty}^{\tau+i\infty}\frac{F(s)}{x^s}ds, \quad x>0 \qquad [2]$$

вытекает следующая формула обращения:

$$F(s)=\int_0^\infty f(x)x^{s-1}\,dx. \qquad [3]$$

Выберем $\tau>1$; тогда из формулы [2] вытекает, что

$$\sum_1^\infty f(n+\xi)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\tau-i\infty}^{\tau+i\infty}F(s)\zeta(s,\xi)\,ds, \qquad [4]$$

где $\zeta(s, \xi)$ есть обобщенная функция Римана, выражаемая рядом:

$$\zeta(s,\xi)=\sum_1^\infty\frac{1}{(n+\xi)^s}, \quad \tau>1, \quad 0<\xi<1. \qquad [5]$$

Рассмотрим теперь контур интегрирования, имеющий форму четырехугольника с вершинами $A(\tau+it)$, $B(\alpha+it)$, $C(\alpha-it)$, $D(\tau-it)$, где $\alpha<1$; тогда по теореме Коши

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{ABCD}F(s)\zeta(s,\xi)\,ds=R+R_1, \qquad [6]$$

где через R_1 обозначен вычет функции $F(s)\zeta(s, \xi)$ относительно полюса $s=1$, а через R — сумма вычетов той же функции относительно других возможных полюсов, лежащих внутри контура $ABCD$. Если предположить, что функция $F(s)$ не имеет полюса в точке $s=1$, то

$$R_1=\int_0^\infty f(x)\,dx. \qquad [7]$$

Рассмотрим части интеграла [6], взятые по отрезкам AB и CD в предположении, что высота прямоугольника весьма велика. Пользуясь при больших значениях $|t|$ асимптотическим представлением:

$$\zeta(s,\xi)=O(|t|^\lambda\log|t|), \quad s=\sigma+it, \qquad [8]$$

где

$$\lambda=\frac{1}{2}-\sigma\,(\sigma\leqslant 0);\ \lambda=\frac{1}{2}\left(0\leqslant\sigma\leqslant\frac{1}{2}\right);\ \lambda=1-\sigma\left(\frac{1}{2}\leqslant\sigma\leqslant 1\right);\ \lambda=0\ (1\leqslant\sigma),$$

мы получим для оценки интегралов, взятых по отрезкам AB и CD, следующее неравенство:

$$\left|\int_{\alpha}^{\tau} F(\sigma+it)\,\zeta(\sigma+it,\xi)\,d\sigma\right|<|t|^{q}\log|t|\int_{\alpha}^{\tau}|F(\sigma+it)|\,d\sigma, \qquad [9]$$

где

$$q\leqslant\frac{1}{2}-\alpha \quad\text{при}\quad \alpha\leqslant 0; \qquad q\leqslant\frac{1}{2} \quad\text{при}\quad 0\leqslant\alpha<1. \qquad [10]$$

Допустим теперь, что функция $F(s)$ убывает при возрастании $|t|$ так, что имеет место равномерная при $\alpha<\sigma<\tau$ оценка

$$F(\sigma+it)=O\left(|t|^{-q-\varepsilon}\right),\quad \varepsilon>0,$$

где число q уловлетворяет одному из неравенств [10]. Тогда из формулы [9] будет вытекать, что

$$\lim_{t\to\infty}\int_{AB}F(s)\,\zeta(s,\xi)\,ds=\lim_{t\to\infty}\int_{CD}F(s)\,\zeta(s,\xi)\,ds=0, \qquad [11]$$

после чего соотношения [4] и [6] дают искомую сумматорную формулу:

$$\sum_{1}^{\infty}f(n+\xi)=R+\int_{0}^{\infty}f(x)\,dx+\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F(s)\,\zeta(s,\xi)\,ds. \qquad [12]$$

3. Придадим формуле [12] несколько иную форму, положив

$$\xi=0,\ \alpha=\frac{1}{2}$$

и заменив функцию $F(s)$ на функцию

$$\Omega(s)=\frac{\pi^{-s/2}}{2}\,\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\Phi(s).$$

Тогда, принимая во внимание равенства

$$\Xi(t)=\xi\left(\frac{1}{2}+it\right),\quad \xi(s)=\frac{\pi^{-s/2}}{2}\,s(s-1)\,\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\zeta(s), \qquad [13]$$

получим сумматорную формулу

$$\sum_{1}^{\infty}f(n)=R+\int_{0}^{\infty}f(x)\,dx-\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\Phi\left(\frac{1}{2}+it\right)+\Phi\left(\frac{1}{2}-it\right)}{2}\,\frac{\Xi(t)}{t^{2}+\frac{1}{4}}\,dt, \qquad [14]$$

где функция $\Phi(s)$ определяется равенством

$$\Phi(s)=\frac{2\pi^{s/2}}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}\int_{0}^{\infty}f(x)\,x^{s-1}\,dx, \qquad [15]$$

а R обозначает сумму вычетов функции $\Omega(s)$ относительно тех возможных полюсов, которые окажутся внутри полосы $\frac{1}{2}=\alpha<R(s)<\tau$, $(\tau>1)$.

Дадим применение формулы [14] к таким функциям $f(x)$, для которых формула Плана-Абеля-Коши неприменима по причинам указанным в § 1.

4. Пусть

$$f(x)=e^{-\rho x^2}, \quad \text{где} \quad \rho=\pi e^{-\frac{\alpha i}{2}}, \quad -\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}, \omega(x)=\sum_1^\infty e^{-\pi n^2}.$$

В этом случае формула [14] дает известный результат Харди (2):

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{ch}\frac{\alpha t}{2}}{t^2+\frac{1}{4}}\,\Xi(t)\,dt=\pi\cos\frac{\alpha}{4}-\frac{\pi}{2}e^{\frac{\alpha i}{4}}\{1+2\omega(e^{\alpha i})\}. \qquad [16]$$

5. Положим $f(x)=\int_0^\infty e^{-\pi\rho^2\tau^2-2\pi x\tau}\,\tau d\tau; \quad |\arg\rho|<\frac{\pi}{4}; \quad x>0;$

тогда формула [14] дает следующее соотношение, выведенное Рамануджаном и Харди (3):

$$\frac{1}{2\pi^{3/2}}\int_0^\infty\left|\Gamma\left(-\frac{1}{4}+\frac{it}{2}\right)\right|^2\Xi(t)\cos 2\alpha t\,dt=e^{-\alpha}-4\pi e^{-3\alpha}F(e^{-2\alpha}), \qquad [17]$$

где

$$F(e^{-2\alpha})=F(\rho)=\int_0^\infty\frac{xe^{-\pi\rho^2x^2}}{e^{2\pi x}-1}\,dx.$$

6. Пусть $f(x)=\int_0^\infty e^{-\rho\tau^2}\left(\frac{1}{\tau+x}-\frac{1}{x}\right)d\tau; \quad |\arg\rho|<\frac{\pi}{2}; \quad x>0;$

в этом случае найдем соотношение:

$$\int_0^\infty\frac{\Xi(t)}{t^2+\frac{1}{4}}\frac{\cos 2\alpha t}{\operatorname{ch}\pi t}\,dt=\frac{1}{2}e^{-\alpha}\left\{2\alpha+\frac{C}{2}+\frac{1}{2}\log\pi+\log 2\right\}+$$
$$+e^{\alpha}\int_0^\infty\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}e^{-\pi e^{4\alpha}x^2}\,dx, \qquad [18]$$

приведенное Харди без доказательства в примечании к статье Рамануджана (3).

Можно показать, что интеграл, стоящий в правой части равенства [18], обладает следующим инвариантным свойством:

$$\sqrt{a}\int_0^\infty e^{-a^2x^2}\left\{\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x\right\}dx=\sqrt{b}\int_0^\infty e^{-b^2x^2}\left\{\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x\right\}dx, \qquad [19]$$

где $ab=\pi$.

Изложенный здесь метод может быть применен к выводу сумматорных формул для сумм вида

$$\sum_1^\infty a_n f(n),$$

где a_n обозначает арифметическую функцию. Мы приведем такие формулы в следующих сообщениях.

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
27 IX 1934.

ON A GENERAL SUMMATION FORMULA AND ITS APPLICATION

By N. KOŠLIAKOV (N. KOSHLIAKOV), Corresponding Member of the Academy

SUMMARY

In the present paper we are applying the well-known Mellin's formula to the deduction of the following general summation formula

$$\sum_1^\infty f(n+\xi)=R+\int_0^\infty f(x)\,dx+\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}F(s)\,\zeta(s,\xi)\,ds, \qquad [1]$$

where

$$\alpha<1;\quad \zeta(s,\xi)=\sum_1^\infty\frac{1}{(n+\xi)^s};\quad F(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx,$$

and where R denotes the sum of the residues of the function $F(s)\zeta(s,\xi)$ relative to the poles which are situated within the rectangle $A(\tau+i\infty)$, $B(\alpha+i\infty)$, $C(\alpha-i\infty)$, $D(\tau-i\infty)$, $(\tau>1)$.

From [1] it follows that

$$\sum_1^\infty f(n)=R+\int_0^\infty f(x)\,dx-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{\Phi\left(\frac{1}{2}+it\right)+\Phi\left(\frac{1}{2}-it\right)}{2}\,\frac{\Xi(t)}{t^2+\frac{1}{4}}\,dt, \qquad [2]$$

where

$$\Xi(t)=\xi\left(\frac{1}{2}+it\right);\quad \xi(s)=\frac{\pi^{-s/2}}{2}\,s(s-1)\,\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\zeta(s);\quad \Phi(s)=\frac{2\pi^{s/2}}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$$

and where R is the sum of the residues of the function

$$\frac{\pi^{-s/2}}{2}\,\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\Phi(s)$$

at those poles which are inside the rectangle whose corners are $A(\tau+i\infty)$, $B\left(\frac{1}{2}+i\infty\right)$, $C\left(\frac{1}{2}-i\infty\right)$, $D(\tau-i\infty)$, $(\tau>1)$.

The special cases of formula [2] in which

$$f(x)=e^{-px^2};\quad f(x)=\int_0^\infty e^{-\pi p^2\tau^2-2\pi x\tau}\,\tau\,d\tau;\quad f(x)=\int_0^\infty e^{-p\tau^2}\left(\frac{1}{\tau+x}-\frac{1}{x}\right)d\tau$$

(see formulae [16], [17], and [18]) have been given by Hardy (2) and Ramanujan (3).

V. Stekloff Physico-Mathematical Institute
of the Academy of Sciences.
Leningrad.

Received
27. IX. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] E. Lindelöf. Le calcul des résidus, p. 57. [2] Hardy. C. R., 6 April, 1914.
[3] Ramanujan. Quarterly Journal, 1914.

Л. КЕЛДЫШ

О ПРОСТЫХ ФУНКЦИЯХ КЛАССА α

(*Представлено академиком Н. Н. Лузиным 23 VII 1934*)

Известно, что всякая измеримая B функция непрерывна на некотором множестве второй категории. Н. Н. Лузин поставил вопрос: нельзя ли показать, что, какова бы ни была измеримая B функция, можно разбить отрезок, на котором она задана, на счетное множество множеств таких, что на каждом из них данная функция непрерывна? П. С. Новиков дал отрицательный ответ на этот вопрос, построив полунепрерывную функцию, для которой указанное свойство не выполняется, и поставил вопрос: нельзя ли в каждом классе α найти такую функцию, что отрезок, на котором она задана, нельзя разбить на счетное множество множеств так, чтобы на каждом из них класс данной функции был ниже α?* Функцию, обладающую указанным свойством, мы назовем простой функцией класса α.

Мы будем пользоваться классификацией B-множеств, принадлежащей Валле Пуссену (1). Будем сокращенно обозначать элемент класса α: $\acute{e}l\ \alpha$ и достижимое снизу множество класса $\inf \alpha$.**

Теорема. *Во всяком классе α классификации Бера существуют простые функции.*

Для построения простой функции класса α возьмем какой-нибудь линейный элемент класса $\alpha + 2$, расположенный в фундаментальном пространстве I_x:*** $E = \acute{e}l\,(\alpha + 2)$;

$$E = E_{\sigma_1} \cdot E_{\sigma_2} \dots E_{\sigma_k}) \dots ; E_{\sigma_{k+1}} (E_{\sigma_k};$$

$$E_{\sigma_k} = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} \dots \sum_{n_k=1}^{\infty} E_{n_1 n_2 \dots n_k}; \quad E_{n_1 n_2 \dots n_k} = \acute{e}l\ \alpha.$$

Построим последовательность функций

$$f_1(x), f_2(x), \dots f_n(x), \dots$$

следующим образом:

$$f_k(x) = \frac{1}{2^m}, \quad \text{если} \quad x \in \sum_{n_1+n_2+\dots+n_k=m} E_{n_1 n_2 \dots n_k};$$

$$f_k(x) = 0, \quad \text{если} \quad x \in CE_{\sigma_k}.$$

Легко видеть что класс $f_k(x)$ в точности равен α.

* Мы будем при этом считать, что класс функции равен α на данном множестве, если ее можно дополнить до функции класса α на фундаментальном пространстве I_x (множестве иррациональных точек).

** Обозначения Н. Н. Лузина (2).

$E \leqslant \acute{e}l\ \alpha$ обозначает, что либо $\acute{e}l\ \alpha$ либо множество более низкого класса.

$E < \acute{e}l\ \alpha$ обозначает, что E, если и принадлежит к классу α, то не является элементом.

*** Функция $f(x)$ будет определена в точках I_x. Легко видеть, что ее можно дополнить, не повышая ее класса, так, чтобы она была определена на евклидовой прямой.

Действительно:

$$E\{f_k(x)=0\}=CE_{\sigma_k}=\text{él}\,(\alpha+1).$$

Если же a и b не равны оба нулю, то $E\{a\leqslant f_k(x)\leqslant b\}<\text{él}\,(\alpha+1)$. Следовательно:

$$\text{cl}\,f_k(x)=\alpha. \quad (^3)$$

Положим:

$$f(x)=f_1(x)+f_2(x)+\ldots+f_k(x)+\ldots \qquad [1]$$

Ряд, стоящий в правой части равенства, сходится равномерно, так как $|f_k(x)|\leqslant\frac{1}{2^k}$ и, следовательно, класс функции $f(x)$ не выше α. С другой стороны, класс функции $f(x)$ не может быть ниже α, так как

$$E\{f(x)=0\}=E\{f_1(x)=0\}=\text{él}\,(\alpha+1).$$

Следовательно:

$$\text{cl}\,f(x)=\alpha.$$

Мы покажем, что $f(x)$ является простой функцией.

Заметив, что мы всегда можем предполагать, что система множеств $E_{n_1n_2\ldots n_k}$ такова, что произведение каждой цепи этих множеств

$$E_{n_1}\supset E_{n_1n_2}\supset E_{n_1n_2n_3}\supset\ldots\supset E_{n_1n_2\ldots n_k}\supset\ldots$$

содержит не более одной точки, рассмотрим множество $E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma_k+1}$ и посмотрим, чему равна $f(x)$, когда x входит в это множество. По построению имеем:

$$E_{n_1}=E\left\{f_1(x)=\frac{1}{2^{n_1}}\right\}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E_{n_1n_2\ldots n_k}=E\left\{f_k(x)=\frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}\right\}\cdot E_{n_1n_2\ldots n_{k-1}},$$

$$CE_{\sigma_{k+1}}\subset E\{f_N(x)=0\},\ \text{если}\quad N\geqslant K.$$

Из этих соотношений очевидно следует, что если $x\subset E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma_{k+1}}$, то

$$f(x)=\frac{1}{2^{n_1}}+\frac{1}{2^{n_1+n_2}}+\ldots+\frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}.$$

Легко показать, что к множеству $E\left\{f(x)=\frac{1}{2^{n_1}}+\frac{1}{2^{n_1+n_2}}+\ldots+\frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}\right\}$ может принадлежать самое большее одна точка, не принадлежащая множеству $E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma_{k+1}}$.

Докажем теперь, что функция $f(x)$ простая. Предположим, что это не так. Тогда существует счетное множество функций класса ниже α.

$$\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ldots\varphi_n(x),\ldots \qquad [2]$$

таких, что в каждой точке x порции $(0,1)$ значение $f(x)$ равно значению одной из этих функций в той же точке.

Так как класс функции $f(x)-\varphi_n(x)$ не выше α, то множество

$$\mathcal{E}_n=E\{f(x)=\varphi_n(x)\}\leqslant\text{él}\,(\alpha+1).$$

Сумма всех множеств $\mathcal{E}_n$ покрывает всю порцию (0,1). В частности наш элемент $(\alpha+2)$-го класса E заключен в сумму конечного или счетного числа множеств $\mathcal{E}_n$.

$$E \subset \sum \mathcal{E}_n.$$

Среди множеств $\mathcal{E}_n$ найдется хотя бы одно, которое пересекается с E существенно по элементу класса $\alpha+2$

$$E \cdot \mathcal{E}_N = \text{él}\,(\alpha+2). \qquad [3]$$

Возьмем какое-нибудь $\mathcal{E}_N$, удовлетворяющее условию [3].

Тогда:

$$\mathcal{E}_N \cdot CE = \inf(\alpha+2).$$

Но

$$CE = \sum_{k=1}^{\infty} E_{n_1 n_2 \ldots n_k} \cdot CE_{ck+1}.$$

Откуда

$$\mathcal{E}_N \cdot CE = \sum_{k=1}^{\infty} e_{n_1 n_2 \ldots n_k},$$

где $$e_{n_1 n_2 \ldots n_k} = E_{n_1 n_2 \ldots n_k} CE_{ck+1} \cdot \mathcal{E}_N \leqslant \text{él}\,(\alpha+1).$$

На множестве $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ как легко видеть функция $f(x)$ постоянна и равна некоторому двоично-рациональному числу. Рассмотрим функцию множества [2] $\varphi_N(x)$, которая совпадает с $f(x)$ на множестве $\mathcal{E}_N$. Очевидно $\varphi_N(x)$ тоже должна быть постоянной на множестве $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$. Но $\text{cl}\,\varphi_N(x) < \alpha$, и, следовательно,

$$E\{\varphi_N(x) = \text{const}\} \leqslant \text{él}\,\alpha.$$

Следовательно каждый элемент $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ можно покрыть множеством класса не выше α $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$, на котором функция $\varphi_N(x)$ постоянна. Так как значения функции $f(x)$ на различных множествах $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ и $e_{n_1' n_2' \ldots n_k'}$ различны, то, очевидно, и значения функции $\varphi_N(x)$ на различных множествах $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ и $e'_{n_1' n_2' \ldots n_k'}$ должны быть различны. Так как, с другой стороны, функция $\varphi_N(x)$ должна быть однозначна, множества $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ попарно не пересекаются. Следовательно, все элементы $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ заключены в множества $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ класса не выше α и попарно не пересекающиеся. А тогда, как известно,* класс множества

$$\sum_{k=1}^{\infty} e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$$

не выше α, что невозможно, так как по предположению

$$\sum_{k=1}^{\infty} e_{n_1 n_2 \ldots n_k} = \mathcal{E}_N \cdot CE = \inf(\alpha+2).$$

Итак, предположение, что теорема неверна, привело нас к противоречию. Что и требовалось доказать.

* Критерий неповышения класса см. (1)

Заметим, что построенная нами простая функция $f(x)$ является достижимой сверху функцией класса $\acute{\alpha}$ (т. е. может быть получена как предел убывающей последовательности функций низших классов).

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова Академии Наук СССР.
Москва.

Поступило
23 VII 1934.

MATHÉMATIQUES

SUR LES FONCTIONS PREMIÈRES MESURABLES B

Par L. KELDYŠ (KELDYCH)

(*Présenté par N. Lusin, de l'Académie, le 23. VII. 1934*)

Il est connu que chaque fonction mesurable B partout définie est continue sur un ensemble de seconde catégorie. N. Lusin a posé le problème suivant: $f(x)$ étant une fonction mesurable B, peut on décomposer le domaine où elle est définie en une infinité dénombrable d'ensembles tels que $f(x)$ soit continue sur chacun de ces ensembles? P. Novikoff a donné une réponse négative à cette question, en construisant une fonction semi-continue qui ne possède pas la propriété énoncée; il a posé le problème: peut on trouver une fonction mesurable B de classe α qui ne puisse pas prendre ces valeurs d'une infinité dénombrable de fonctions de classes inférieures? Nous allons donner à une telle fonction le nom de fonction première de classe α. Alors le problème de P. Novikoff peut être énoncé de la manière suivante: *existe-il dans chaque classe de la classification de Baire des fonctions premières?*

Nous allons donner une réponse affirmative à cette question.

Nous suivons ici pour les ensembles mesurables B la classification de M. Ch. de la Vallée-Poussin (1). Désignons d'après N. Lusin un élément de classe α par él α et un ensemble de classe α accessible inférieurement par inf α (2). Si E est un él α ou un ensemble de classe inférieure, nous écrivons: $E \leqslant$ él α. Si E est un inf α ou de classe inférieure nous écrivons $E \leqslant \inf \alpha$.

Démontrons maintenant le théorème suivant:

Il existe une fonction première dans chaque classe de fonctions de la classification de Baire.

Pour construire la fonction première de classe α $f(x)$ prenons un él $(\alpha+2)$ situé dans la portion $(0,1)$ du domaine fondamental I_x.* Soit $E = $ él $(\alpha+2)$;

$$E = E_{\sigma_1} \supset E_{\sigma_2} \supset \ldots \supset E_{\sigma_k} \supset \ldots$$

$$E_{\sigma_k} = \inf(\alpha+1);\quad E_{\sigma_k} = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} \ldots \sum_{n_k=1}^{\infty} E_{n_1 n_2 \ldots n_k};\quad E_{n_1 n_2 \ldots n_k} = \text{él } \alpha.$$

Nous allons construire une suite de fonctions de la manière suivante:

$$f_k(x) = \frac{1}{2^m} \quad \text{si} \quad x \in \sum_{n_1+n_2+\ldots+n_k=m} E_{n_1 n_2 \ldots n_k},$$

$$f_k(x) = 0 \quad \text{si} \quad x \in CE_{\sigma_k}.$$

* $f(x)$ sera définie dans la portion $(0,1)$ du domaine I_x. Il est facile de démontrer qu'on peut définir $f(x)$ dans tous les points du segment $(0,1)$.

Il est facile de voir que $f_k(x)$ est une fonction de classe α. En effet:

$$E\{f_k(x)=0\}=CE_{\sigma_k}=\text{él}\,(\alpha+1)$$

et

$$E\{a\leqslant f_k(x)\leqslant b\}<\text{él}\,(\alpha+1)$$

si l'un au moins des nombres a et b est non nul.

Par suite $\text{cl}\,f_k(x)=\alpha$. (3)

Posons:

$$f(x)=f_1(x)+f_2(x)+\ldots+f_k(x)+\ldots \qquad [1]$$

La série [1] converge uniformément, car $|f(x)|\leqslant\frac{1}{2^k}$ et par suite $\text{cl}\,f(x)\leqslant\alpha$.

Mais

$$E\{f(x)=0\}=E\{f_1(x)=0\}=\text{él}\,(\alpha+1),$$

par suite $\text{cl}\,f(x)=\alpha$.

Nous montrerons que $f(x)$ est une fonction première. Nous pouvons supposer que le système d'ensembles $E_{n_1n_2\ldots n_k}$ est construit de telle manière que la partie commune de chaque chaîne de ces ensembles

$$E_{n_1}\supset E_{n_1n_2}\supset\ldots E_{n_1n_2\ldots n_k}\supset\ldots$$

contienne au plus un seul point.

Alors, examinons quelle est la valeur de $f(x)$ si $x\in E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma k+1}$. Nous avons d'après la construction

$$E_{n_1}=E\left\{f_1(x)=\frac{1}{2^{n_1}}\right\}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E_{n_1n_2\ldots n_k}=E\left\{f_k(x)=\frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}\right\}\cdot E_{n_1n_2\ldots n_{k-1}}$$

$$CE_{\sigma_{k+1}}=E\{f_{k+1}(x)=0\}\in E\{f_{k+i}(x)=0\};\quad i\geqslant 1.$$

Il suit de ces égalités que si $x\in E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma_{k+1}}$ on a

$$f(x)=\frac{1}{2^{n_1}}+\frac{1}{2^{n_1+n_2}}+\ldots+\frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}.$$

Il est facile de démontrer que l'ensemble $E\left\{f(x)=\frac{1}{2^{n_1}}+\frac{1}{2^{n_1+n_2}}+\ldots+\frac{1}{2^{n_1+n_2\ldots+n_k}}\right\}$ contient au plus un seul point qui n'appartient pas à $E_{n_1n_2\ldots n_k}\cdot CE_{\sigma k+1}$.

Supposons maintenant que la fonction $f(x)$ n'est pas première. Dans ce cas il existe une infinité dénombrable de fonctions de classes inférieures à α

$$\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \ldots\ \varphi_n(x),\ \ldots \qquad [2]$$
$$\text{cl}\,\varphi_n(x)<\alpha$$

telle que quel que soit x, la valeur de $f(x)$ soit égale à la valeur de l'une au moins de ces fonctions au même point x.

Comme la classe de la fonction $f-\varphi_n$ est au plus égale à α, nous avons:

$$\mathcal{E}_n=E\{f=\varphi_n\}\leqslant\text{él}\,(\alpha+1).$$

La somme des ensembles $\mathcal{E}_n$ contient toute la portion (0,1). En particulier l'ensemble $E = \text{él}\,(\alpha + 2)$ est contenu dans cette somme. Il existe entre les ensembles $\mathcal{E}_n$ un au moins $\mathcal{E}_N$ tel, que l'ensemble $E \cdot \mathcal{E}_N$ est exactement un él $(\alpha + 2)$;

$$E \cdot \mathcal{E}_N = \text{él}\,(\alpha + 2); \quad \text{donc} \quad \mathcal{E}_N \cdot CE = \inf(\alpha + 2).$$

Mais

$$CE = \sum_{k=1}^{\infty} E_{n_1 n_2 \ldots n_k} \cdot CE_{\sigma k+1}; \qquad E_{n_1 n_2 \ldots n_k} \cdot CE_{\sigma k+1} = \text{él}\,(\alpha + 1),$$

donc

$$\mathcal{E}_N \cdot CE = \sum_{k=1}^{\infty} e_{n_1 n_2 \ldots n_k}; \qquad e_{n_1 n_2 \ldots n_k} = E_{n_1 n_2 \ldots n_k} \cdot CE_{\sigma_k+1} \cdot \mathcal{E}_N \leqslant \text{él}\,(\alpha + 1).$$

Il est facile de voir, que sur l'ensemble $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$

$$f(x) = \frac{1}{2^{n_1}} + \frac{1}{2^{n_1+n_2}} + \ldots + \frac{1}{2^{n_1+n_2+\ldots+n_k}}.$$

Considérons la fonction $\varphi_N(x)$ qui coïncide avec $f(x)$ sur $\mathcal{E}_N$. La fonction $\varphi_N(x)$ est évidemment constante sur l'ensemble $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$. Mais $\text{cl}\,\varphi_N(x) < \alpha$, et par suite

$$E\{\varphi_N(x) = \text{const}\} \leqslant \text{él}\,\alpha.$$

Donc, chaque él $(\alpha + 1)$: $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ est contenu dans un ensemble $e'_{n_1 n_1 \ldots n_k}$ de classe α au plus, et tel, que $\varphi_N(x)$ soit constante sur cet ensemble. Comme les valeurs de $f(x)$ sur les ensembles différents $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ et $e_{n_1 n_2' \ldots n'_{k'}}$ sont différentes, les valeurs de $\varphi_N(x)$ sur les ensembles $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ et $e'_{n_1 n_2' \ldots n'_{k'}}$ doivent être différentes. Comme d'autre part la fonction $\varphi_N(x)$ est uniforme on a $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k} \cdot e'_{n_1 n_2' \ldots n'_{k'}} = 0$.

Donc, chaque élément $e_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ est contenu dans un ensemble $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ de classe α au plus, et les deux ensembles $e'_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ et $e'_{n_1 n_2' \ldots n'_{k'}}$ n'ont aucun point commun. Dans ce cas l'ensemble

$$\sum_{k=1}^{\infty} e_{n_1 n_2 \ldots n_k} = \mathcal{E}_N \cdot CE$$

est un ensemble de classe $(\alpha + 1)$ au plus [1], ce qui contredit à l'hypothèse $\mathcal{E}_N \cdot CE = \inf(\alpha + 2)$.

Donc, la fonction $f(x)$ est une fonction première de classe α. c. q. f. d.

Remarquons que $f(x)$ est une fonction accessible supérieurement de classe α (c'est-à-dire $f(x)$ peut être obtenue comme limite d'une suite décroissante de fonctions de classes inférieures à α).

Institut physico-mathématique V. Stekloff
de l'Académie des Sciences de l'URSS. Moscou.

Manuscrit reçu
le 23. VII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] Lusin. Leçons sur les ensemble analytique. p. 77, Paris, 1930. [2] Ann. della R. Scuola Norm. Sup. di Pisa, 1933. [3] Lebesgue. Journ. de Math. pures et appl., 1905, p. 167.

А. АЛЕКСАНДРОВ

ЗАМЕЧАНИЕ О ПРАВИЛАХ КОММУТАЦИИ И УРАВНЕНИИ ШРЕДИНГЕРА

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 9 X 1934)

Эренфестом было показано, что из законов квантовой механики вытекает второй закон Ньютона для средних значений координат и градиента потенциальной энергии.

В настоящей заметке показано, что и, обратно, правила коммутации и уравнение Шредингера следуют из общих требований квантово-механического описания и второго закона Ньютона для средних значений координат и градиента потенциальной энергии.

1. Согласно общим принципам квантово-механического описания, всякое состояние материальной частицы может быть характеризовано функцией координат (spin в Шредингеровской теории не учитывается) $\psi(x, y, z)$, а в якой физической величине может быть сопоставлен некоторый самосопряженный оператор L. Тогда среднее значение физической величины, к которой отнесен оператор L, в состоянии ψ представляется объемным интегралом

$$\int \bar{\psi} L \psi \, d\tau.$$

Кроме того мы потребуем, чтобы задание или положения или импульса частицы вполне определяли ее состояние.

Справедливость второго закона Ньютона для средних значений координат и градиента потенциальной энергии можно рассматривать как непосредственное следствие опытов с отклонением электронов и ионов в электрическом поле. Если определить оператор импульса p уравнением

$$m \frac{\partial}{\partial t} \int \bar{\psi} q \psi \, d\tau = \int \bar{\psi} p \psi \, d\tau, \qquad [1]$$

то второй закон Ньютона для средних можно написать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \bar{\psi} p \psi \, d\tau = - \int \bar{\psi} \frac{\partial U}{\partial q} \psi \, d\tau. \qquad [2]$$

Ради краткости мы пишем все уравнения для одного измерения. Однако без всякого труда, введя векторные обозначения, можно будет получить те же результаты и для случая трех измерений.

2. Мы рассматриваем ψ, зависящее от времени,

$$\psi(t) = S(t) \psi(0), \qquad [3]$$

где $S(t)$ оператор, зависящий от времени и от условий, в которых находится частица. Требование [3] выражает закон причинности в квантовой механике.

Для того чтобы $|\psi(t)|^2 d\tau$ можно было трактовать как вероятность, необходимо, чтобы

$$\int |\psi(t)|^2 d\tau = \int |\psi(0)|^2 d\tau, \qquad [4]$$

т. е.

$$\int \overline{S} \, \bar{\psi}(0) S \psi(0) \, d\tau = \int \bar{\psi}(0) \psi(0) \, d\tau,$$

что возможно тогда и только тогда, когда оператор S унитарный, т. е. $SS^+=1$. Отсюда $\dot{S}S^+ + S\dot{S}^+=0$, так что $(\dot{S}S^+)^+ = -\dot{S}S^+ = iL$, где L самосопряженный оператор.

$$\frac{\partial\psi(t)}{\partial t} = \dot{S}(t)\,\psi(0) = \dot{S}(t)\,S^+(t)\,\psi(t) = -iL\psi(t).$$

Таким образом

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = L\psi. \qquad [5]$$

Эти рассуждения заимствованы из книги В. А. Фока „Начала квантовой механики".

3. Производя в формулах [1] и [2] дифференцирование под знаком интеграла и пользуясь [5], получим, как обычно, из [1]

$$qL - Lq = i\frac{p}{m} \qquad [6]$$

и из [2]

$$pL - Lp = -i\frac{\partial U}{\partial q}. \qquad [7]$$

При $U=0$, если обозначить в этом случае $L=L_0$,

$$pL_0 - L_0 p = 0, \qquad [8]$$

откуда следует, что L_0 есть функция p, которую мы обозначим через P.

Вычитая уравнение $qP - Pq = i\frac{p}{m}$ из уравнения $qL - Lq = i\frac{p}{m}$, получим:

$$q(L-P) - (L-P)q = 0, \qquad [9]$$

откуда следует, что $L-P$ есть функция q, которую мы обозначим через Q.

Таким образом, всегда

$$L = P + Q \qquad [10]$$

и

$$qP - Pq = i\frac{p}{m}, \qquad [11]$$

$$pQ - Qp = -i\frac{\partial U}{\partial q}. \qquad [12]$$

4. Умножая уравнение [11] на p сперва слева, потом справа и приравнивая левые части, получим после очевидных преобразований

$$(pq - qp)\,Q = Q\,(pq - qp). \qquad [13]$$

Совершенно аналогично из уравнения [12] умножением его сперва слева, потом справа на q, получим:

$$(pq - qp)\,P = P\,(pq - qp). \qquad [14]$$

Между прочим, если сложить уравнения [13] и [14], то получится, что оператор $pq - qp$ коммутирует со всяким L и следовательно является абсолютной постоянной.

Если $U=q$, то, полагая в этом случае $Q=Q_1$, получим из [12]:

$$pQ_1 - Q_1 p = -i, \qquad [15]$$

откуда следует, что в соответствующем представлении $Q_1 = i\frac{\partial}{\partial p}$. Подставляя в [13], получим

$$(pq - qp)\,i\frac{\partial}{\partial p} = i\frac{\partial}{\partial p}(pq - qp), \qquad [16]$$

и, так как собственные значения оператора $i\frac{\partial}{\partial p}$ не выражены,

$$pq - qp = F\left(i\frac{\partial}{\partial p}\right). \qquad [17]$$

Подставляя в [14], получим:

$$P(p)F\left(i\frac{\partial}{\partial p}\right) = F\left(i\frac{\partial}{\partial p}\right)P(p), \qquad [18]$$

что возможно только тогда, когда

$$F\left(i\frac{\partial}{\partial p}\right) = c \quad (c — \text{число}), \qquad [19]$$

так как из [11] ясно, что P не может быть c-числом.

$$\bar{c} = (pq - qp)^+ = q^+p^+ - p^+q^+ = qp - pq = -c,$$

откуда ясно, что c мнимо, так что, полагая $c = -i\hbar$, получим:

$$pq - qp = -i\hbar. \qquad [20]$$

5. Отсюда, как известно, следует, что

$$p^2q - qp^2 = -2i\hbar p.$$

Сравнивая это уравнение с уравнением [11], получим:

$$P = \frac{1}{2m\hbar}P^2. \qquad [21]$$

Кроме того из $pq - qp = -i\hbar$ явствует, что в q-представлении

$$p = -i\hbar\frac{\partial}{\partial p} + f(q).$$

Подставляя это в уравнение [12], получим (отбрасывая аддитивную постоянную):

$$Q = \frac{1}{\hbar}U. \qquad [22]$$

Следовательно

$$L = P + Q = \frac{1}{\hbar}\left(\frac{p^2}{2m} + U\right) = \frac{1}{\hbar}H, \qquad [23]$$

и уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi. \qquad [24]$$

В заключение я рад поблагодарить моих друзей С. Н. Донова и И. И. Гуревича за живое обсуждение различных путей доказательства.

Теоретический отдел физического института Ленинградского государственного университета.

Поступило 9 X 1934.

ON THE QUANTUM CONDITIONS AND SCHRÖDINGER'S EQUATION

By A. ALEXANDROV

(*Communicated by S. Wawilow, Member of the Academy, 9. X. 1934*)

Ehrenfest has shown that the second law of Newton is true in quantum mechanics for the average values of coordinates and the gradient of potential energy. In this paper it is proved that, conversely, the quantum conditions and Schrödinger's equation follow from the general principles of quantum-mechanical description and the second law of Newton for the average values of coordinates and the gradient of potential energy. If we define the operator of impulse p by the equation

$$\int \bar{\psi}\, p\psi\, d\tau = m \frac{\partial}{\partial t} \int \bar{\psi} q \psi d\tau, \qquad [1]$$

then the second law of Newton may be expressed in the form

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \bar{\psi} p \psi d\tau = - \int \bar{\psi} \frac{\partial U}{\partial q} \psi d\tau. \qquad [2]$$

Schrödinger's equation must be written in the form

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = L\psi, \qquad [3]$$

where L is a Hermitian operator, in order to conserve the norm of ψ-function. With the help of this equation we obtain from [1] and [2] respectively

$$qL - Lq = i \frac{p}{m}, \qquad [1\text{ bis}]$$

$$pL - Lp = - i \frac{\partial U}{\partial q}. \qquad [2\text{ bis}]$$

If $U = 0$, then $pL - pL = 0$, and in this case $L = P(p)$ is a function of p. Thus $qP - Pq = i \frac{p}{m}$ and $q(L - P) - (L - P)q = 0$.

Therefore, $L - P = Q(q)$ is a function of q. Thus we obtain

$$L = P + Q, \qquad [4]$$

$$qP - Pq = i \frac{p}{m}, \qquad [5]$$

$$pQ - Qp = - i \frac{\partial U}{\partial q}. \qquad [6]$$

It is not difficult to obtain from equations [5] and [6] respectively

$$(pq - qp) P = P (pq - qp), \qquad [7]$$

$$(pq - qp) Q = Q (pq - qp), \qquad [8]$$

and to show that these equations are possible for all the Q if, and only if, $pq - qp = c$ (c is a number). It is known that c must be imaginary.

$$pq - qp = - i\hbar. \qquad [9]$$

It gives $p^2 q - qp^2 = - 2i\hbar p$. Comparing this result with [5], we obtain

$$P = \frac{1}{2m\hbar} p^2, \qquad [10]$$

and from [6] and [9] obviously

$$Q = \frac{1}{\hbar} U. \qquad [11]$$

Thus the equation of Schrödinger ought to be

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \qquad [12]$$

Physical Institute of the
Leningrad State University.

Received
9. X. 1934.

ФИЗИКА

И. КУРЧАТОВ

ИСКУССТВЕННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ И СХЕМА ЛАНДЕ

(*Представлено академиком А. Ф. Иоффе 14 X 1934*)

В 1932 г. Гайзенберг (1) дал новую теорию строения ядра, исходя из допущения, что основными элементами структуры ядра являются протоны и нейтроны. Принимая обменное взаимодействие между этими элементами и учитывая кулоновские силы отталкивания между протонами, Гайзенберг указал область существования устойчивых ядер. В диаграмме $\frac{n_1}{n_2}$ в функции от n_2, где n_1 и n_2 соответственно числа нейтронов и протонов в ядре, граница этой области по отношению к β-распаду представляется монотонно возрастающей вместе с n_2 кривой. Это возрастание обусловлено тем, что при увеличении заряда ядра кулоновские силы приобретают большое значение, и для уравновешивания их с обменными силами необходимо относительно большее число нейтронов в ядре.

Исследования Ферми (2) привели к открытию большого ряда новых радиоактивных элементов. Нам представилось интересным проследить, в какой степени вновь открытые элементы соответствуют соотношениям Гайзенберга.

На фиг. 1 дано отношение $\frac{n^1}{n_2}$ в зависимости от n_2 для ряда легких элементов вплоть до фосфора. Точки представляют устойчивые элементы, кружками нанесены радиоактивные элементы, образование которых в эффекте Ферми можно считать в настоящий момент определенно установленным. Это или химически выделенные элементы или определенные независимым путем на основании ряда сопоставлений.

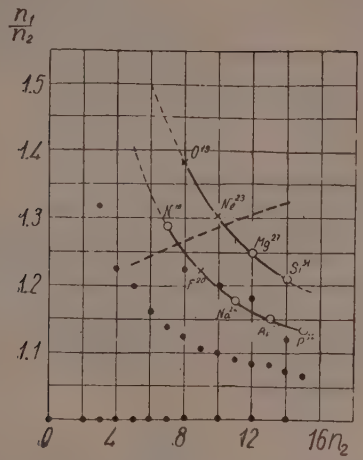
Крестами обозначены элементы, образование которых весьма вероятно, хотя непосредственно и не доказано. Сюда относятся Ne^{23}, O^{19} и F^{20}. Ферми, Амальди, Агостини, Разетти и Сегрэ (3), облучая нейтронами Na и Mg, обнаружили в обоих случаях активность, падающую с периодом в 40 секунд. Этот элемент может возникать только в реакциях:

$$Na^{23} + n' = Ne^{23} + H',$$
$$Mg^{26} + n' = Ne^{23} + He^4,$$

так как другая цепь реакции, которая приводила бы к одному периоду в обоих случаях:

$$Na^{23} + n' = Na^{24} + h\nu,$$
$$Mg^{24} + n' = Na^{24} + H',$$

хорошо изучена и дает Na^{24} — элемент, распадающийся с периодом в 10—15 часов.



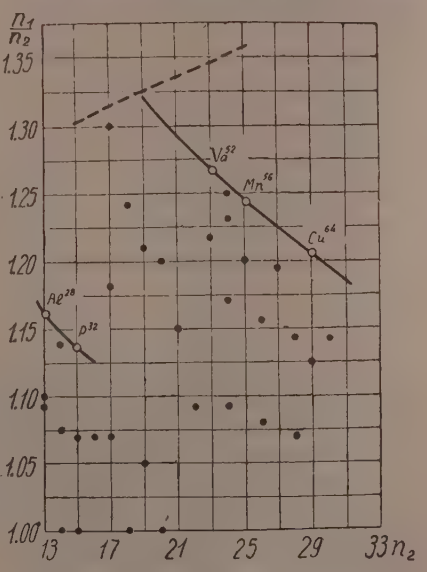
Фиг. 1. — Fig. 1.

Периоды полураспада		Half-periods of disintegration	
O^{19}	—40 сек.	O^{19}	—40 sec.
Ne^{23}	—40 сек.	Ne^{23}	—40 sec.
Mg^{27}	—12 мин.	Mg^{27}	—12 min.
Si^{31}	— 3 часа	Si^{31}	— 3 hours
N^{16}	—10 сек.	N^{16}	—10 sec.
F^{20}	—40 сек.	F^{20}	—40 sec.
Na^{24}	—10 часов	Na^{24}	—10 hours
Al^{28}	— 3 мин.	Al^{28}	— 3 min.
P^{32}	—13 дней	P^{32}	—13 days

Что касается O^{19} и F^{20}, то один из этих элементов несомненно радиоактивен, так как при облучении фтора нейтронами Бьерж и Вестготт ([4]) кроме периода в 10 секунд, соответствующего N^{16}, установили второй в 40 секунд. Этот период может отвечать элементам, образующимся при одной из следующих реакций:

$$F^{19} + n' = O^{19} + H',$$
$$F^{19} + n' = F^{20} + h\nu.$$

Сопоставляя полученные данные с кривой Гайзенберга для границы β-распада (она обозначена пунктиром на чертеже), мы видим, что, с одной стороны, все новые β-радиоактивные элементы лежат в области устойчивых ядер и, с другой стороны, что вместе с увеличением n_2 отношение $\frac{n_1}{n_2}$ не только не растет, а весьма заметно падает.



Фиг. 2. — Fig. 2.

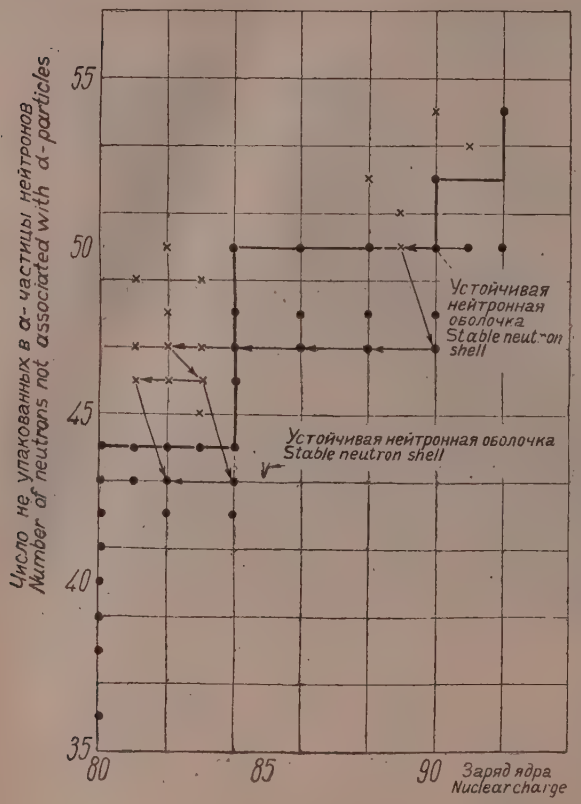
Это расхождение обусловлено структурными особенностями ядра, которые прямо не учтены Гайзенбергом. Сюда относится в первую очередь наличие готовых α-частиц в ядре. Этим представлением пользовался сам Гайзенберг для объяснения последовательных превращений в ряду естественно радиоактивных элементов. Оно особенно подробно было далее развито Иваненко, Гапоном и Ланде ([5]).

Принимая в рассмотрение эту новую структурную единицу и допуская, что в ядре образуется максимальное число возможных α-частиц, мы легко убеждаемся в том, что все приведенные на диаграмме радиоактивные элементы могут быть представлены выражениями:

$$a\mathrm{He}^4 + 3n$$

и

$$a\mathrm{He}^4 + p + 3n.$$



Фиг. 3. — Fig. 3.

Таким образом для легких радиоактивных элементов число неупакованных в α-частицы нейтронов равно 3.

Аналогично сказанному меняется соотношение $\frac{n_1}{n_2}$ для второй группы элементов с атомным номером от 17 до 29 (фиг. 2). Здесь также критические значения $\frac{n_1}{n_2}$ лежат ниже и имеют противоположный ход с n_2 тому, которого следовало бы ожидать согласно теоретической кривой. Число нейтронов, неупакованных в α-частицы, для радиоактивных элементов этой группы равно 7. Формула строения здесь имеет вид:

$$a\mathrm{He}^4 + p + 7n.$$

Полученные соотношения получают простую интерпретацию в схеме Ланде и могут служить еще одним доказательством реальности этой схемы.

По Ланде те нейтроны в ядре, которые не входят в состав α-частиц, располагаются в виде ряда оболочек. В элементах с зарядом от 1 до 17 существует лишь одна оболочка, занятая двумя нейтронами. Следующая оболочка, содержащая четыре нейтрона, образуется для ядер с атомным номером 17 и характеризует все последующие ядра вплоть до атомного номера 29.

С точки зрения Ланде обнаруженная закономерность может быть истолкована в предположении, что в ядрах, содержащих нейтроны, для которых нет соответствующих уровней, эти нейтроны будут с излучением электрона переходить в протон. Сейчас трудно анализировать более тяжелые ядра, так как здесь материал об искусственно радиоактивных элементах еще слишком недостаточен, но можно видеть, что и для них

будут справедливы рассматриваемые здесь соотношения. Так, радиоактивные Ir и Au также отличаются одно от другого на одну α-частицу.

Предположение о слоистом строении нейтронных оболочек в ядре позволяет понять последовательность β-превращений в ряду естественно радиоактивных элементов. Это ясно из рассмотрения диаграммы (фиг. 3), где β-радиоактивные элементы обозначены крестиками; β-распад возникает каждый раз, когда число нейтронов больше того, которое при данном заряде отвечает устойчивой оболочке. Превращения в ряду актиния обозначим стрелкой.

Такая схема находится в согласии с опытом, где получаются четыре периода для β-активных элементов в облученном уране.

В заключение нам хотелось бы отметить еще следующее. Периоды полураспада внутри каждой группы, как правило, падают с уменьшением атомного веса. Это соответствует по Сардженту (6) уменьшению энергии, выделяющейся при β-распаде в данном ряду элементов. Последнее обстоятельство может быть легко истолковано (например, для кривой 2 на фиг. 1). Вновь образующаяся α-частица при реакции

$$a\mathrm{He}^4 + p + 3n \rightarrow (a+1)\,\mathrm{He}^4$$

будет связана с остальными тем слабее, чем больше их число. При дальнейшем усложнении энергетически более устойчивыми окажутся ядра, у которых будет развита вторая нейтронная оболочка.

Физико-технический институт.
Ленинград.

Поступило
14 X 1934.

PHYSICS

ARTIFICIAL RADIOACTIVITY AND THE SCHEME OF LANDÉ

By I. KURČATOV

(*Communicated by A. Joffe, Member of the Academy, 14. X. 1934*)

In the year 1932 Heisenberg (1) proposed a new theory of the structure of the nucleus, starting from the assumption that the fundamental elements of nuclear structure are protons and neutrons. Assuming interactions between these elements and considering the Coulomb repulsive forces between the protons, Heisenberg has indicated the region of existence of stable nuclei In the diagram of $\frac{n_1}{n_2}$ as a function of n_2, where n_1 and n_2 are the respective numbers of neutrons and protons in the nucleus, the boundary of the region unstable with respect to β-disintegration is represented by a curve rising monotonously with n_2. This rise is caused by the fact that on increasing the charge of the nucleus the Coulomb forces attain great values, and for equalizing them by interaction ('exchange') forces there must be a large number of neutrons in the nucleus.

The investigations of Fermi (2) have led to the detection of a long series of new radioactive elements. It seemed to us to be of interest to examine to what extent the elements recently detected correspond to the relations of Heisenberg.

In Fig. 1 (p. 203) is shown the dependence of $\frac{n_1}{n_2}$ upon n_2 for a series of light elements up to phosphorus. The points represent stable elements, while by circles there are marked those radioactive elements whose formation in the Fermi effect can be considered as definitively established at the present time. These elements were either separated chemically or determined independently by means of repeated comparisons.

By crosses are designated those elements whose formation is quite probable, although not proved directly. To these belong Ne^{23}, O^{19}, and F^{20}. Fermi, Amaldi, Agostini, Rasetti, and Segré, exposing Na and Mg to neutrons, have found in both cases a radioactivity with a period of 40 seconds. This element can originate only from the reactions:

$$Na^{23} + n' = Ne^{23} + H',$$
$$Mg^{26} + n' = Ne^{23} + He^4,$$

since the other chain of reactions, which would lead in both cases to the same period:

$$Na^{23} + n' = Na^{24} + h\nu,$$
$$Mg^{24} + n' = Na^{24} + H',$$

has been well studied, giving the element Na^{24}, whose disintegration period is about 10 to 15 hours.

Concerning O^{19} and F^{20}, one of these elements is undoubtedly radioactive, since Bierge and Westcoatt (4) have found, on exposing fluorine to neutrons, besides the period of 10 seconds corresponding to N^{16}, a second one of 40 seconds. This period may correspond to the elements arising from one of the following reactions:

$$F^{19} + n' = O^{19} + H',$$
$$F^{19} + n' = F^{20} + h\nu.$$

By comparing the data obtained from the curve of Heisenberg for the boundery of the β-disintegration (marked in the figure by a dotted line), we see that, on the one hand, all new β-radioactive elements lie in the region of stable elements, and, on the other hand, the proportion $\frac{n_1}{n_2}$ not only fails to increase with increase in n_2, but rather falls quite noticeably.

This discrepancy is caused by structural peculiarities of the nucleus, which are simply not accounted for by Heisenberg. Here first of all reference can be made to the primary existence of α-particles in the nucleus. Of this conception Heisenberg has already made use for the purpose of explaining the subsequent transformations in a series of naturally radioactive elements. It was further developed in detail by Ivanenko, Gapon, and Landé (6).

Taking into consideration this new structural unity and assuming that the maximum number of α-particles is formed in the nucleus, we can easily convince ourselves that all radioactive elements shown in the diagram can be represented by the folloving expressions:

$$a He^4 + 3n$$

and

$$a He^4 + p + 3n.$$

Thus the number of neutrons not associated with an α-particle is, for light radioactive elements, equal to 3.

The ratio $\frac{n_1}{n_2}$ varies in an analogous manner for the second group of elements with atomic numbers from 17 to 29 (Fig. 2, p. 203). Here the critical values $\frac{n_1}{n_2}$ also lie lower, having an opposite variation with n_2 to that which is to be expected according to the theoretical curve. The number of neutrons not joined to an α-particle is, for radioactive elements of this group, equal to 7. The structural formula is here as follows

$$a\mathrm{He}^4 + p + 7n.$$

The relations obtained receive a simple interpretation in the scheme of Landé and can serve as still further evidence of the reality of this scheme.

According to Landé, the neutrons not entering α-particles are distributed in the form of shells. In the elements with charges from 1 to 17 there exists only one shell occupied by two neutrons. The next shell containing 4 neutrons is formed for nuclei with the atomic number 17 and characterizes all the following nuclei up to the atomic number 29.

From the point of view of Landé, this regularity can be explained by the assumption that in nuclei containing neutrons for which corresponding levels do not exist, these neutrons will emit an electron, thus becoming protons.

At the present time it is difficult to analyse the heavier nuclei, since the data concerning the artificially radioactive elements are still insufficient; it can, however, be seen that the relations considered here will be valid also for them. So for instance, radioactive Ir and Au differ from each other also by one α-particle.

The assumption of a layer structure of the neutron shells in the nucleus allows us to understand the succession of β-transformations in a series of naturally radioactive elements. This is evident from consideration of Fig. 3 (p. 204), where the β-radioactive elements are designated by crosses, a β-disintegration occurs whenever the number of neutrons is greater than that corresponding to a stable shell for the nuclear charge concerned. The transformations of the actinium row are marked by arrows in Fig. 3.

In conclusion we should like to make the following remark. The half-periods for disintegration within each group decrease as a rule with decrease in the atomic weight. This corresponds, according to Sargent [6], to a diminution of the energy set free on β-disintegration in the given row of elements. The latter circumstance can easily be explained (e. g. for curve 2 in Fig. 1). The α-particles formed in the reaction

$$a\mathrm{He}^4 + p + 3n \rightarrow (a+1)\,\mathrm{He}^4$$

will be bound the less strongly the greater their number. On further complication those nuclei will appear to be more stable on which the second neutron shell will be developed.

Physico-Technical Institute.
Leningrad.

Received
14. X. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] W. Heisenberg. ZS. f. Phys., **77**, 1, 1932; **78**, 156, 1932; **80**, 587, 1932. [2] Fermi. Nature, **133**, 757, 898, 1934. [3] Fermi and others. Proc. Roy. Soc., September 1, 1934. [4] Bierge and Westcoatt. Nature, **134**, 286, 1934. [5] Gapon and Iwanenko. Naturwissenschaften, 1932. — Landé, Phys. Rev., **43**, 620, 624, 1933. [6] Sargent. Proc. Roy. Soc., **139**, 659, 1932.

ХИМИЯ

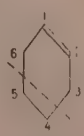
Академик Н. Д. ЗЕЛИНСКИЙ, Б. М. МИХАЙЛОВ и Ю. А. АРБУЗОВ

ТЕРМИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ЦИКЛОГЕКСАНОВЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ

Изучение термического разложения углеводородов ряда циклогексана представляет значительный как теоретический, так и практический интерес. Однако, эта область изучена очень мало. Относящиеся сюда исследования крайне немногочисленны и проводились в весьма различных условиях. На основании имеющихся в литературе данных нельзя сделать каких-либо определенных выводов о механизме распада циклогексановых углеводородов. В настоящем сообщении приводятся результаты наших исследований по термическому разложению, в отсутствии катализаторов, циклогексена, Δ^1- и Δ^3-метилциклогексенов, циклогексана, метилциклогексана и этилциклогексана. По этому вопросу имеется очень мало данных. Уилер и Вуд [1] разлагали циклогексен в кварцевой трубке при различных температурах и наблюдали образование значительного количества ароматических углеводородов. Разложение циклогексана и метилциклогексана изучалось Джопсом [2]. Углеводород нагревался при 490—510° в кварцевом сосуде, наполненном кусочками пористого фарфора. Выделяющийся газ собирался и анализировался. В этих опытах в продуктах разложения было найдено значительное количество бензола. Фролих, Симар и Уайт [3] нашли, что при разложении циклогексана в кварцевой трубке при 654° образуется 20.6 молярных процентов бутадиена, считая на разложенное вещество.

Фрай [4] подвергал разложению циклогексан в кварцевой трубке при 622°. Рассмотрение результатов анализа полученных продуктов не дает возможности установить механизм распада циклогексана. В продуктах разложения содержалось 4.1 мол. % бутадиена, и 57.0 мол. % циклогексана осталось неизмененным. В патентной литературе имеются данные, что при каталитическом разложении циклогексена, циклогексана и их гомологов образуются в значительных количествах олефиновые и диолефиновые углеводороды. Согласно указаниям патентов, пары углеводородов пропускаются через трубку с катализатором при температурах не ниже 600° и при различных давлениях. В некоторых патентах рекомендуется применение газообразных разбавителей.

Распад молекулы циклогексена теоретически должен происходить по месту наиболее слабых C—C связей, которыми, согласно гипотезе парциальных валентностей Тиле, являются связи 3—4 и 5—6. При разложении циклогексена должны получаться этилен и бутадиен:



$$= CH_2 = CH_2 + CH_2 = CH - CH = CH_2.$$

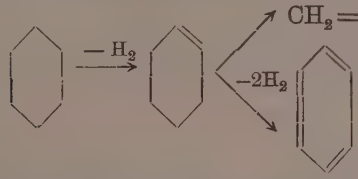
Для Δ^1- и Δ^3-метилциклогексенов получаются следующие схемы распада:

$$= CH_2 = CH_2 + CH_2 = \underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle |}{C}} - CH = CH_2;$$

$$= CH_3 - CH = CH_2 + CH_2 = CH - CH = CH_2.$$

Вышеприведенные схемы распада находятся в согласии с нашими исследованиями.

Схема распада циклогексана впервые дана Джонсом (2). Он считает наиболее вероятным, что циклогексан сначала теряет два атома водорода и образующийся циклогексен распадается по двум направлениям с образованием этилена, бутадиена, бензола и водорода:



$$CH_2 = CH_2 + CH_2 = CH - CH = CH_2.$$

О. Шмидт (5) на основании теоретических соображений и данных патентной литературы принимает, что циклогексан сначала дегидрируется в циклогексен, который затем распадается на этилен и бутадиен.

Наши опыты приводят к схеме распада циклогексана на водород, этилен и бутадиен.

Мы нашли, что циклогексен, Δ^1- и Δ^3-метилциклогексены при простом термическом разложении, без применения каких-либо катализаторов, претерпевают распад на олефиновые и диолефиновые углеводороды. Главным фактором, благоприятствующим такому разложению, является понижение парциального давления паров разлагаемого углеводорода. Мы вели разложение углеводородов в избытке паров воды ($1^1/_2$—$4^1/_2$ объема воды на 1 объем углеводорода). В этих условиях не наблюдалось отложения угля на стенках реакционной трубки и не происходило сколь-либо значительного осмоления. Методика работы была следующая. Углеводород и вода поступали с постоянной скоростью из бюреток в испаритель, откуда смесь паров углеводорода и воды поступала в реактор. Реактор состоял из кварцевой трубки, которая на протяжении 40 см была обмотана нихромовой проволокой и обмотка была покрыта слоем асбеста. Температура измерялась в центре нагретой зоны реактора посредством платино-платино-родиевой термопары, заключенной в кварцевый футляр. Выходящие из реактора продукты разложения проходили через приемники, охлаждаемые льдом с солью. В опытах с предельными циклическими углеводородами дополнительно включался приемник, охлаждаемый петролейным эфиром и твердой углекислотой. Несконденсировавшийся в приемниках газ собирался в газометр над раствором хлористого натрия. Газ анализировался по абсорбционному методу в аппаратах Орса. Диолефины определялись поглощением расплавленным малеиновым ангидридом в приборе Короткова (6) и методом бромирования.

Таблица 1

Результаты опытов по разложению циклогексена, Δ^3 и Δ^1-метилциклогексенов

№№ опытов	ВЕЩЕСТВО	Температура в °С	Пропущено вещества в г	Разложено вещества в г	Скорость подачи вещества в мл/мин.	Скорость подачи воды в мл/мин.	Объем газа при нормальных условиях в л.	Анализ газа								Выход диолефинов на разложенное вещество в мол. %
								CO_2 в %	H_2 в %	Предельные углеводороды в %	Непредельные углеводороды в %	Ацетиленовые углеводорода в %	Пропилен и бутилены в %	Этилен в %	Диолефины в %	
1	Циклогексен т. к. 82—83° $d_4^{25} = 0.8185$ $n_D^{16.5} = 1.4501$	650	30.7	11.0	0.9	2.3	4.43	1.3	4.6	11.4	82.7	1.3	1.4	46.1	Бутадиен 33.7	49.8
2		650	26.2	20.3	0.5	2.5	9.9	0.7	9.4	4.5	85.4	3.0	2.0	43.9	36.0	65.2
3	Δ^2-Метилциклогексен т. к. 102—102.5°/752 мм $d_4^{19.5} = 0.7990$ $n_D^{18.5} = 1.4446$	650—690	23.6	21,2	0.5	2.2	7.64	0.7	10.4	13.1	75.8	2.9	28.9	14.2	29.8	50.8
4		690	22.3	15.1	0.5	2.1	6.35	1.8	10.1	8.2	79.9	1.8	36.0	10.7	31.4	56.4
5	Δ^1-Метилциклогексен т. к. 108—110°/733мм $d_4^{20} = 0.8135$ $n_D^{20} = 1.4536$	650	16.7	8.6	0.6	2.4	2.97	0.6	17.6	22.5	59.3	2.9	5.7	35.2	Изопрен 14·8*	21.7
6		690	22.5	12.4	0.5	2.1	5.73	0.8	17.3	16.7	65.2	2.3	7.3	37.9	17.3**	35.3

* Общее содержание диолефинов 15.5 %.

** Общее содержание диолефинов 17.7 %.

Таблица 2

Результаты опытов по разложению циклогексана, метилциклогексана и этилциклогексана

№ опытов	ВЕЩЕСТВО	Температура в °С	Пропущено вещества в г	Разложено вещества в г	Скорость подачи вещества в мл/мин.	Скорость подачи воды в мл/мин.	Объем газа при нормальных условиях в л	Анализ газа								Выход бутадиена на разложенное вещество в мол. %
								CO_2 в %	H_2 в %	Предельные углеводороды в %	Непредельные углеводороды в %	Ацетиленовые углеводороды в %	Пропилен и бутилены в %	Этилен в %	Бутадиен в %	
1	Циклогексан т. к. 79.4—79.6°/734 мм $d\,^{20}_{4} = 0.7795$ $n\,^{25}_{D} = 1.4240$	700	19.5	8.9	0.4	0.6	4.42	0.3	27.0	12.7	60.0	1.8	6.5	33.0	18.7	34.6
2		750	17.0	13.0	0.4	1.0	8.57	1.0	25.9	14.0	59.1	2.5	5.8	35.5	15.3	37.8
3		750	25.0	15 6	0.4	2.0	10.54	1.0	29.6	8.8	60.7	3.3	5.5	36.2	15.7	39.9
4	Метилциклогексан т. к. 100—101°/742 мм $d\,^{19.5}_{4} = 0.7714$ $n\,^{17}_{D} = 1.4250$	700	22.9	8.3	0.5	1.8	3.43	0.8	23.5	14.8	60.9	2.0	14.3	26.5	17.1	31.6
5		750	24.1	15.4	0.5	1.8	8.79	0.9	22.4	20.3	56.4	2.3	10.9	29.2	14.0	34.8
6	Этилциклогексан т. к. 129.5—130.5° $d\,^{20}_{4} = 0.7880$ $n\,^{17}_{D} = 1.4355$	700	27.9	19.4	0.5	1.9	10.38	0.2	22.1	22.0	55.7	2.0	3.7	37.7	12.3	32.5
7		750	16.7	14.9	0.5	2 0	9.10	0.9	21.9	18.6	58.6	3.1	8.0	34.0	13.5	41.2

При разложении в избытке паров воды циклогексена было найдено, что он претерпевает распад на этилен и бутадиен. В одном из опытов при 650° был получен этилен с выходом 78.3 мол. % и бутадиен с выходом 65.2 мол. %, считая на разложенный углеводород. Δ^1-метилциклогексен распадается на этилен и изопрен. При 690° было получено этилена 75.1 мол. % и изопрена 35.3 мол. %. Δ^3-метилциклогексен претерпевает распад на пропилен и бутадиен. При 690° был получен бутадиен с выходом 56.4 мол. %. Газ состоял главным образом из пропилена и бутадиена. В табл. 1 (стр. 210) приводится сводка результатов опытов с циклогексеном и метилциклогексенами.

При разложении предельных углеводородов в избытке паров воды были получены следующие результаты. Было найдено, что циклогексан распадается на водород, этилен и бутадиен. При 750° было получено этилена 92.0 мол. % и бутадиена 39.9 мол. %, считая на разложенное вещество. В опыте с метилциклогексаном при 750° получено бутадиена 34.8 мол. %. При разложении этилциклогексана при 750° получен бутадиен с выходом 41.2 мол. %. Сводка результатов опытов с предельными циклическими углеводородами приводится в табл. 2 (стр. 211).

Лаборатория органической химии
Московского государственного
университета.

Поступило
29 VI 1934.

CHEMIE

ÜBER DIE THERMISCHE ZERSETZUNG VON KOHLENWASSERSTOFFEN DER CYCLOHEXANREIHE

Von N. ZELINSKIJ, Mitglied der Akademie, B. MICHAJLOV und J. ARBUZOV

ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde die thermische Zersetzung von Cyclohexen, Δ^1- und Δ^3-Methylcyclohexen, Cyclohexan, Methylcyclohexan und Äthylcyclohexan in Gegenwart von überschüssigem Wasserdampf und in Abwesenheit von Katalysatoren untersucht.

Dabei wurde gefunden, dass Cyclohexen, Δ^1- und Δ^3-Methylcyclohexen in Olefine und Diolefine zerfallen. Aus Cyclohexen wurde bei 650° Butadien erhalten. Ausbeute: 65.2 Mol % bezogen auf den zersetzten Kohlenwasserstoff.

Aus Δ^3-Methylcyclohexen wurden bei 690° 56.4 Mol. % Butadien erhalten. Aus Δ^1-Methylcyclohexen wurde bei 690° Isopren in einer Ausbeute von 35.3 Mol % gebildet.

Cyclohexan zerfällt in Äthylen, Butadien und Wassertoff. Bei 750° konnten 39.9 Mol % Butadien erhalten werden. Aus Methylcyclohexan wurden bei 750° 34.8 Mol % Butadien gebildet, während bei der Zersetzung von Äthylcyclohexan bei 750° 41.2 Mol % Butadien entstanden.

Laboratorium für organische Chemie
der Universität Moskau.

Eingegangen
d. 29. VI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Wheeler and Wood. J. Chem. Soc., **1930**, 1825. [2] Jones. J. Chem. Soc., **107**, 1582 (1915). [3] Frolich, Simard, and White. Ind. Eng. Chem., **22**, 240 (1930). [4] Frey. Ind. Eng. Chem., **26**, 202 (1934). [5] O. Schmidt. ZS. f. physik. Ch., Abt. A, **159**, 337 (1932). [6] Коротков. Синтетический каучук, **4** (**7**), 23 (1933). Korotkov Synthetischer Kautschuk, 4 (**7**), 23 (1933).

И. Г. РЫСС и Р. Г. УРИЦКАЯ

О ДИССОЦИАЦИИ ХРОМАТА МАГНИЯ

(*Представлено академиком И. В. Гребенщиковым 21 VIII 1934*)

Известные в литературе [1, 2] исследования диссоциации хромата магния страдают неполнотой и во многом противоречат друг другу, в связи с чем, для выяснения возможной роли хромата магния в процессе окислительной прокалки хромистого железняка, желательно было дополнение и уточнение данных.

Экспериментальная часть

1. Получение и обезвоживание хромата магния. Химически чистая окись магния, не содержащая $Ca^{\cdot\cdot}$, $Cl^{\cdot}$ и SO_4'', в течение 8 часов обрабатывалась при нагревании на водяной бане стехиометрическим количеством раствора химически чистого хромового ангидрида, после чего смесь была оставлена стоять в течение ночи. Отфильтрованный на стеклянном фильтре от незначительного количества нерастворившейся окиси магния, раствор упаривался до появления корки кристаллов хромата магния. Перекристаллизацией их был получен химически чистый семиводный гидрат хромата магния.

Вопреки указаниям Вырубова [3] о разложении $MgCrO_4$ при удалении двух последних молекул воды, хромат магния полностью обезвоживался при 330° в токе кислорода без следов разложения. Незначительное разложение хромата магния при нагревании на воздухе при 200—400° объясняется, повидимому, восстановлением его следами органических веществ, так как упругость диссоциации его при этих температурах слишком низка (см. ниже).

2. Состав продуктов диссоциации хромата магния. Целью нижеприводимых опытов являлось продолжение незаконченных М. Раман Найаром, Ватсоном и Садборо [1], и Юшкевичем и Уразо-вым [2] исследований, дававших возможность предполагать о наличии промежуточных степеней разложения хромито-хроматов магния, а также выяснение состава продуктов разложения.

Навеска $MgCrO_4$, взятая в платиновом тигле, нагревалась в тигельной печи при постоянной температуре. В некоторых опытах исследовалась и зависимость разложения хромата магния от времени, устанавливавшаяся по потере веса навески рядом взвешиваний.

При кипячении остатков от разложения хромата магния с раствором сульфата аммония, подщелоченным аммиаком, в раствор переходила окись магния в количествах, возрастающих по мере увеличения продолжительности и повышения температуры прокалки образца.

Определение состава остатка от разложения велось путем обработки образца кипящей 10% серной кислотой в течение получаса и определением потери от выщелачивания. Нерастворимый остаток сплавлялся в никелевом тигле с перекисью натрия, после чего определялся иодометрически хром и магний осаждением в виде Mg_2CrO_7.

В части проб нерастворимого остатка определялся только Cr_2O_3, а MgO определялся по разности. Во всех пробах содержались только следы хроматов.

Длительная обработка осадка соляной кислотой (1 : 1), практиковавшаяся Найаром (1), влечет за собой значительное разложение хроматов магния, наблюдавшееся и у нас.

Таблица 1

№ №	Условия прокали		Навеска $MgCrO_4$ в г	Потеря веса при прокаливании в %	Извлечено кислотой в % от общего содержания		Молекулярное отношение MgO/Cr_2O_3 в нерастворимом остатке	Цвет осадка до выщелачивания
	°C	Продолжительность в часах			MgO	Cr_2O_3		
1	575± 5	225	1.0591	16.98	35.0	Не опр.	1.545	Темнокоричневый
2	710± 5	5	5.3422	17.45	30.82	9.54	1.53	Коричневый
3	710± 5	24	0.2754	17.40	47.0	8.2	1.15	Зеленовато-коричневый
4	710± 5	24	0.2972	17.10	46.0	7.76	1.17	Зеленовато-коричневый
5	920± 10	5	0.2754	17.43	40.7	6.5	1.26	Зелено-корич.
6	200—530	450	Частично разложен				1.77	

Длительное нагревание хромата магния при 575 ± 5°, а также и при 600°, привело к полному разложению его, причем наблюдалась плавная зависимость степени разложения хромата от времени, без каких-либо изломов, могущих быть истолкованными как доказательство существования промежуточных соединений.

Из частично разложенного как в вакууме, так и на воздухе хромата магния действием воды легко извлекался весь хромат, и последующей обработкой серной кислотой извлекались лишь следы хроматов.

Попытки востановления хромата магния при низкой температуре в токе водорода показали, что при температуре около 300° происходила бурная реакция со вспышкой, внешне похожая на саморазложение $(MHg)_2Cr_2O_7$. Выщелоченный кислотой остаток от разложения имел соотношение MgO/Cr_2O_3 равное 1.11 в одном и 0.98 в другом опыте.

Поставленные для проверки данных Дернера (4) о частичном окислении смеси MgO и Cr_2O_3 при температурах 830—1000° опыты окисления при прокаливании при тех же температурах смесей MgO и Cr_2O_3 в молекулярном отношении 2 : 1 и 1 : 1, приготовленных как смешением окислов, так и пропиткой окиси магния насыщенным раствором $(NHg)_2Cr_2O_7$ с последующим разложением его, дали отрицательные розультаты.

Упругость диссоциации хромата магния

Так как приведенные выше опыты указывают на вероятное отсутствие промежуточных хромито-хроматов, а полный тензиметрический анализ процесса диссоциации хромата магния крайне затруднен медленностью его диссоциации, была определена упругость диссоциации хромата магния обычным статическим способом. Предполагалось, что изменение свободной энергии при изменении состава хромита невелико по сравнению с изменением свободной энергии главной реакции.

Навеска около 1 г $MgCrO_4$ в платиновом тигле помещалась в пробирку из тугоплавкого стекла, свободный объем которой был уменьшен

введением стеклянного полого тела, присоединенную на охлаждаемом водой шлифе с ртутным затвором к газопроводной трубке с закрытым манометром и шариком для свежесплавленного KOH, поглощающего влагу и CO_2 (образующиеся при окислении хроматом органических веществ). После двухчасового прогрева хромата под высоким вакуумом при 150° прибор отпаивался от насоса.

Нижняя часть пробирки была помещена в массивный медный блок, нагреваемый в электрической печи. Температура измерялась градуированным термоэлементом с точностью $\pm 2°$.

Установление равновесной упругости происходило исключительно медленно (до 200 часов на точку) при наличии сильнейших торможений, практически исключавших обратную реакцию. В связи с этим достижение равновесия определялось с большим трудом.

Полученные данные, как видно из табл. 2, могут быть выражены уравнением:

$$\log p_{мм} = -\frac{16488}{T} + 23.271.$$

Таблица 2

Температура	Давление в мм	
	Найдено	Вычислено
738	8.5	8.5
759	34.4	35.3
780	141.0	126.0
803	546.9	546.9

Хромат магния разложился приблизительно на 25%. Нерастворимый в кислоте остаток продукта разложения имел отношение

$$\frac{MgO}{Cr_2O_3} = 1.77.$$

Обсуждение результатов

Результаты проведенного исследования подвергают серьезному сомнению существование хромито-хроматов магния, так как наблюденное Роман Найаром (1) и Юшкевичем (2) частичное разложение хромата при 550—650° обусловлено медленностью диссоциации его. На это же указывает и плавный ход разложения хромата со временем и отсутствие кислоторастворимого в частично разложенном хромате (если не предполагать возможности быстрого и полного разложения хромито-хроматов водой с выделением окиси магния и хромита).

Изменение состава нерастворимых в кислоте хромитов магния с увеличением продолжительности и повышением температуры нагревания качественно соответствует наблюдениям Раман Найара с сотрудниками и Виара (5). Изменение извлекаемого кислотами количества MgO указывает на первоначальное образование неустойчивого $2MgO \cdot Cr_2O_3$, постепенно разлагающегося на MgO и $MgO \cdot Cr_2O_3$. Принятие существо-

вания соединений $5MgO \cdot 4Cr_2O_3$ и $6MgO \cdot 5Cr_2O_3$ ([5, 1]) не является необходимым в виду медленности реакции разложения $2MgO \cdot Cr_2O_3$ и трудности извлечения свободной окиси магния из прокаленных при высокой температуре смесей. Обработка кислотой разрушает и часть хромита тем легче, чем при более низкой температуре он образовался, на что указывает частичный переход в раствор Cr_2O_3. Наличие свободного Cr_2O_3 в пришедшей к равновесию смеси противоречит правилу фаз, а предположению о промежуточном образовании смеси MgO и Cr_2O_3, как пишут реакцию разложения хромата магния Юшкевич и Уразов ([2]), противоречит ход изменения количества свободной окиси магния.

Подчинение зависимости упругости диссоциации хромата магния от температуры изохоре Вант-Гоффа доказывает относительно незначительную величину теплоты и свободной энергии реакции

$$2MgO \cdot Cr_2O_3 = MgO + MgO \cdot Cr_2O_3.$$

Теплота реакции

$$2MgCrO_4 = 2MgO \cdot Cr_2O_3 + 1.5O_2 = MgO + MgO \cdot Cr_2O_3 + 1.5O_2$$

равна отсюда 75 370 кал/моль O_2, т. е. величине одного порядка с известными теплотами образования других хроматов. Попытка применения приблизительной формулы Нерста для вычисления упругости диссоциации хромата дает совершенно непригодные результаты.

Из полученной нами формулы следует, что $P_{\text{дисс}} = 760$ мм при 808.6° K (535.3° C), в то время как Юшкевич и Уразов приводят 660°, т. е. температуру, при которой ими наблюдалось быстрое разложение хромата. Источником ошибки являются сильные торможения в твердой фазе, практически исключающие влияние газовой на скорость реакций.

Данные Дернера ([4]), которые могли бы быть объяснены образованием при высокой температуре хромитов или хромито-хроматов магния, обладающих значительно большей свободной энергией, чем образующиеся при низких температурах, не подтвердились специально поставленными опытами.

Высокая упругость диссоциации хромата магния указывает, что последний не может как индивидуальное соединение встречаться в прокаленной хромпиковой шихте.

В экспериментальной части работы принимали участие М. А. Лауфер и Б. Н. Суслов.

Уральский научно-исследовательский химический институт.
Свердловск.

Поступило
21 VIII 1934.

CHEMIE

ÜBER DIE DISSOZIATION DES MAGNESIUMCHROMATS

Von J. RYSS und R. URICKAJA

(Vorgelegt von E. Grebenščikov, Mitglied der Akademie, d. 21. VIII. 1934)

ZUSAMMENFASSUNG

1. Es wird eine Methode zur Herstellung eines reinen wasserfreien Magnesiumchromats beschrieben.

2. Bei Erwärmung zerfällt das Magnesiumchromat augenscheinlich nach den Gleichungen:

$$2MgCrO_4 = 2MgO \cdot Cr_2O_3 + 1.5O_2$$
$$2MgO \cdot Cr_2O_3 = MgO + MgO \cdot Cr_2O_3$$

Die zweite Reaktion wird auch von einer Erhöhung der Temperatur begünstigt.

Im Wasserstoffstrom beginnt bei ca. 300° eine heftige Reaktion mit Entflammung.

3. Die von Doerner ([4]) angegebene partielle Oxydation einer Mischung von Magnesium- und Chromoxyd bei 830—1000° konnte nicht bestätigt werden.

4. Die nach der statischen Methode gemessenen Dissoziationsdrucke von Magnesiumchromat werden durch die Gleichung

$$\log p_{mm} = -\frac{16488}{T} + 23.271$$

ausgedrückt.

Die Dissoziationswärme des Magnesiumchromats lässt sich daraus zu 75 370 cal. pro Mol Sauerstoff berechnen.

Uraler chemisches wissenschaftliches
Forschungs institut.
Swerdlowsk.

Eingegangen
d. 21. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] M. Raman Nayar, H. Watson, J. Soudborough. Journ. Ind. Inst. of Science, **7**, (1924), 53. [2] Н. Юшкевич и Уразов. Журн. хим. пром., IV (1927), 387. [3] Wyrouboff. Bull. Soc. franç. Minér., 12 (1889), 69. Цит. по Abegg's Handbuch, IV, Abt. I, H. 2, S. 375. [4] Doerner. Rep. of Invest. Bur. of Mines, 2999 (1930). [5] Viard. C. R., **109** (1881), 42; **112** (1891) 1003. Цит. по Meller. A Compreb. Treat. on Inorg. Chem., X, 200.

БИОХИМИЯ

В. С. САДИКОВ, В. РОЗАНОВА и Г. НОВОСЕЛОВА

АВТОКЛАВНОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ КРОВЯНОГО АЛЬБУМИНА ПРИ ПОМОЩИ 2% РАСТВОРА УГЛЕКИСЛОГО КАЛИЯ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 5 VIII 1934*)

При автоклавном кислотном расщеплении белков образуются циклические соединения, устойчивые по отношению к углекислым щелочам. Поэтому, при автоклавном расщеплении белков со слабым раствором углекислых щелочей (Na_2CO_3, K_2CO_3, Li_2CO_3) можно было ожидать положительных результатов и даже повышения выходов циклопептидов. Кроме того, последовательная экстракция карбонатного катализата из карбонатной и из кислой среды эфиром и хлороформом является благоприятным фактором разделения циклопептидной смеси.

Эти соображения побудили к проведению ориентирующего опыта карбонатного катализа белка с учетом форм распределения азота в отдельных фракциях катализата.

Кровяной альбумин был автоклавирован в течение 2 часов при 180° с 2% раствором углекислого калия. Полученный катализат затем был подвергнут экстрагированию эфиром и хлороформом последовательно из карбонатной и из кислой среды. При подкислении выпадает осадок, который состоит из веществ циклопептидного типа.

Выхода отдельных фаз, получаемых при карбонатном расщеплении белка, исчисленные в процентах от сухого белка (безводного и беззольного), а также в процентах от общего азота белка, показаны в табл. 1.

Таблица 1 — Table 1

Распределение азота в отдельных фазах, получаемых при карбонатном расщеплении белка

Nitrogen Distribution in the Separate Phases Obtained during Carbonate Splitting of Protein

Фазы Phases	Выход в процентах от сухого белка Yield in % of dry protein	Содержание азота в процентах от общего азота белка Nitrogen content in % of the total protein nitrogen	Содержание азота в процентах от азота остаточной части жидкой фазы Nitrogen content in % of the nitrogen of the residual liquid phase
I. Газовая — Gaseous .	12.63	20.14	
II. Твердая — Solid . .	6.23	4.03	
III. Жидкая — Liquid .	81.14	75.83	
Фракции — Fractions			
1. Экстрактивная — Extractive			
a) Эфирная — Ether .	10.78	6.03	
b) Хлороформная — Chloroform	12.66	10.30	
2. Остаточная — Residual	57.70	59.50	100
a) Слайковская до гидролиза — Van Slyke's before hydrolysis . .		12.38	20.88
b) Слайковская после гидролиза — Van Slyke's after hydrolysis.		11.83	20.00
c) Фолиновская — Folin's		25.00	42.15
d) Непревратимая в форму слайковского азота — Nonconvertible into van Slyke's nitrogen . .		21.92	36.97

Потери азота (в виде аммиака и аминов) при автоклавировании белка с 2% водным раствором поташа составляют 20.14% от общего азота; твердая фаза содержит вещества циклического типа, извлекаемые эфиром и хлороформом. В жидкой фазе находится 59.5% азота; из них слайковского азота 12.38% (или 20.88% от всего азота жидкой фазы); этот слайковский азот не увеличивается после гидролиза, из чего можно заключить, что в остаточном катализате не имеется веществ циклопептидного типа, расщепляемых при гидролизе на аминокислоты. Если учесть слай-

Таблица 2 — Table 2

Распределение форм азота в эфирных и хлороформных вытяжках из жидкой фазы катализата

Distribution of Nitrogen Forms in the Ether and Chloroform Extracts from the Liquid Catalysate Phase

Экстракционные фракции катализата Extractive fractions of the catalysate	Выход фракции в процентах от сухого вещества жидкой фазы катализата Fraction yield in % of the dry substance of liquid catalysate phase	Содержание общего азота в отдельных фракциях, т. е. по отношению к сухому веществу фракции Total nitrogen content in the separate fractions, i. e. relative to the dry substance of the fraction	Содержание слайковского азота во фракциях Van Slyke's nitrogen content	Образование слайковского азота после гидролиза в % от общего азота фракции (циклопептиды) Van Slyke's nitrogen formation after hydrolysis in % of the total nitrogen of the fraction (cyclopeptides)	Содержание азота непревращаемого в слайковский после гидролиза (гетероциклы) Nitrogen non-convertible into van Slyke's after hydrolysis (heterocycles)
А. Эфирная — Ether					
a) Из карбонатного раствора — From carbonate solution					
1. Твердая — Solid . .	2.56	12.13	0	93.17	6.83
2. Сиропообразная — Syruplike	2.97	15.11	0	82.99	17.01
3. Осадок при подкислении раствора — Precipitate on acidulating the solution	4.41	10.36	0	8.49	91.51
b) Из кислого раствора — From acid solution					
4. Сиропообразная — Syruplike	4.73	6.31	0	59.64	40.36
В. Хлороформная — Chloroform					
a) Из карбонатного раствора — From carbonate solution					
5. Твердая, растворимая в ацетоне — Solid, soluble in acetone . .	9.70	12.62	0	25.98	74.98
6. Сиропообразная, нерастворимая в ацетоне — Syruplike, insoluble in acetone	0.76	12.70	0	56.20	43.80
7. Осадок — Precipitate.	3.13	5.84	0	48.90	51.10
b) Из кислого раствора — From acid solution					
8. Сиропообразная — Syruplike	3.56	13.94	0	50.47	49.53
9. Смолообразная — Resinlike	0.14	6.85	0	—	—
10. Сумма — Total . . .	31.96				

ковский и фолиновский формы азота, составляющие в сумме 63.03% от азота жидкой фазы, то 36.97% азота остаточной фракции катализата представляют собою вещества гетероциклического типа, не дающие после 36-часового гидролиза с 25% HCl α-аминокислот, определяемых по способу Слайка; некоторая незначительная часть этого гетероциклического азота может относиться к пролину, но содержание пролина в кровяном альбумине невелико (всего около 1%), и поэтому главная часть остаточного катализата представляет собой смесь неизвестного рода гетероциклических соединений.

Циклопептиды нацело извлекаются эфиром и хлороформом из жидкой фазы катализата.

Распределение форм азота во фракциях экстрактивной части жидкой фазы катализата приведено в табл. 2.

Выход веществ, извлекаемых из жидкой фазы катализата последовательно эфиром и хлороформом из карбонатной и затем из кислой среды, составляет в сумме 31.97% от сухого вещества жидкой фазы. Отдельные фракции (числом 9) отличаются между собой по содержанию в них общего азота. Все экстрактивные фракции и образующиеся при подкислении осадки являются веществами, несодержащими свободного аминоазота, определяемого по Слайку. После 36-часового открытого гидролиза с 25% HCl отдельные фракции не полностью превращаются в α-аминокислоты; тогда как фракции 1 и 2 дают после гидролиза 93.17% и 82.99% слайковского азота, фракция 3 дает только 8.49% слайковского азота, т. е. на 91.5% состоит из гетероциклических соединений, нерасщепляемых на аминокислоты. Как видно из таблицы, большая часть фракций не расщепляется полностью на α-аминокислоты; содержание в них гетероциклического азота может составлять от 6.83 до 91.5%.

Строение этих соединений подлежит изучению. При карбонатном расщеплении белка в автоклаве наблюдается как в экстракционных фракциях, так и в остаточном катализате преобладание гетероциклических соединений над циклопептидами, образование значительного количества летучих азотистых веществ (аммиака и аминов) и лишь очень ограниченное образование свободных аминокислот (12.38% аминоазота по отношению к общему азоту белка).

Лаборатория биохимии
Ленинградского государственного
университета.

Поступило
5 VIII 1934.

BIOCHEMISTRY

THE AUTOCLAVE SPLITTING OF BLOOD ALBUMIN BY MEANS OF A 2% POTASSIUM CARBONATE SOLUTION

By V. SADIKOV (SSADIKOW), V. ROZANOVA, and G. NOVOSIOLOVA

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 5. VIII. 1934*)

During the acid splitting of proteins in the autoclave, cyclic compounds are formed which are resistant to carbonate alkalies. Therefore on application of a weak carbonate alkali solution (Na_2CO_3, K_2CO_3, Li_2CO_3), positive results and even an increased yield of cyclopeptides might be expected. Furthermore, a subsequent extraction of the carbonate catalysate from the carbonate and acid medium with ether and chloroform is a favourable factor in the separation of the cyclopeptide mixture.

These considerations led to an orientation experiment: the carbonate catalysis of protein with a calculation of the distribution of nitrogen forms in the separate catalysate fractions.

Blood albumin was autoclaved for two hours at 180° with a 2% potassium carbonate solution. Then the catalysate obtained was extracted with ether and chloroform from the carbonate and acid medium. On acidulating, a precipitate fell out that consisted of substances of cyclopeptide type.

The yields of the separate phases obtained by carbonate splitting of protein calculated in % of the dry protein (without water and ash) and also in % of the total protein nitrogen are shown in Table 1 (see p. 218).

Nitrogen losses (in the form of ammonia and amines) during protein autoclaving with a 2% aqueous potash solution constitute 20.14 % of the total nitrogen; the solid phase contains substances of cyclopeptide type extractable with ether and chloroform. In the liquid phase there is 59.5% of nitrogen, including 12.38% of van Slyke's nitrogen (or 20.88% of the whole liquid phase nitrogen). This van Slyke's nitrogen does not increase after hydrolysis and therefore it may be concluded that in the remaining catalysate there are no substances of cyclopeptide type. When taking into account the van Slyke's and Folin's forms of nitrogen that constitute 63.03% of the liquid phase nitrogen, 36.97% of the nitrogen of the residual fraction are substances of heterocyclic type which do not give any α-amino-acids after a hydrolysis during 36 hours with 25% HCl detectable by van Slyke's method. An inconsiderable part of this heterocyclic nitrogen may be referred to prolin, but the prolin content of the blood albumin is small (only about 1%), and therefore the principal part of the residual catalysate is a mixture of unknown heterocyclic compounds.

The cyclopeptides are completely extracted from the liquid phase catalysate by means of ether and chloroform.

The distribution of nitrogen forms in the extractive fractions of the liquid catalysate phase is given in table 2 (see p. 219).

The yield of substances extracted subsequently with ether and chloroform from the carbonate and acid medium composes 31.97% of the dry substance of the liquid phase. The separate fractions (9 in number) differ from one another by their nitrogen content. All the extractive fractions and all the fractions formed by acidulation of the precipitate are substances that do not contain any free amino-nitrogen detectable by van Slyke's method. After an open hydrolysis for 36 hours with 25% HCl, the separate fractions are not completely converted into amino-acids; while fractions 1 and 2 give after hydrolysis 93.17% and 82.99% of van Slyk's nitrogen, fraction 3 yields only 8.49% of van Slyke's nitrogen, i. e. it consists for 91.5% of heterocyclic compounds that cannot be split into amino-acids. The table shows that the principal part of the fractions does not split completely into amino-acids; their heterocyclic nitrogen content forms from 6.83% to 91.5%.

The structure of these compouds demands investigation. During the carbonate splitting of the protein in the autoclave there can be observed in the extraction fraction as well as in the residual catalysate a predominance of heterocyclic compounds over cyclopeptides, a formation of considerable amounts of volatile nitrogenous substances (ammonia and amines), and only but a very limited formation of free amino-acids (12.38% of amino-nitrogen relative to the total protein nitrogen).

Laboratory of Biochemistry,
Leningrad State University.

Received
5. VIII. 1934.

Г. А. ЛЕВИТСКИЙ член-корреспондент Академии Наук СССР

ФИКСАЦИОННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕЛА ХРОМОЗОМ

В предыдущих работах ([1,2]) мною было установлено, что в зависимости от способа фиксации тело хромозом различным образом в различных своих слоях реагирует на последующую их окраску. В частности, оказалось, что уксусная кислота содействует окраске периферических слоев, а формалин — внутренних. Окраска этих последних, осевых частей хромозом, выявляет, в виде своего рода скелета, морфологическое расчленение ее тела. В дальнейшем мною был испытан в том же отношении целый ряд новых веществ в различных концентрациях и смесях. Настоящее сообщение имеет своей целью дать лишь самый общий очерк обнаруженных при этом закономерностей. Объект исследования — метафатические хромозомы ячменя (*Hordeum vulgare*). Окраска — железный гематоксилин.

I. Действие кислот (HCl, H_2SO_4, CrO_3, CH_3COOH) однородно и одинаковым же образом меняется от концентрации. Сильно разведенные кислоты фиксируют периферию тела хромозом, как это указывалось мною ранее для уксусной кислоты. Окрашенные хромозомы представляются при этом толстыми, разбухшими, нерасчлененными. В типичном виде это наблюдалось для 0.03% HCl, 0.05% H_2SO_4, 1% CrO_3, 1% CH_3COOH. Сильные концентрации тех же кислот дают прямо противоположный эффект. Наружные слои тела хромозом видимо отсутствуют, хромозомы очень тонкие (иногда даже разъеденные), расщепленные, с сильно выраженными перетяжками. В крайнем проявлении это наблюдалось для 50% HCl, 5% H_2SO_4, 4% CrO_3, 100% CH_3COOH. Промежуточные концентрации (напр. 0.5% H_2SO_4) могут, повидимому, применяться с успехом при обычных исследованиях чисел и даже морфологии хромозом.

II. Действие солей щелочных металлов во всех испытанных случаях сводится к резкому разбуханию с превращением хромозом в некрасящие продолговатые вакуоли (4% $Na_2B_4O_7$) или к полному их растворению (10% NaCl, 8% Na_2SO_4, 3% Na_2SO_3 3% $K_2Cr_2O_7$). Тяжелые металлы: 1) 1 и 5% $HgCl_2$. Хромозомы довольно тонкие, но не расщепленные и без перетяжек. 2) 5% $CuSO_4$. Сходная, но значительно худшая фиксация. То же 15% — хромозомы растворены. 3) 4% $AgNO_3$. Хромозомы тонкие, расщепленные, с очень резкими перетяжками. 4) 1% $PtCl_4$. Хромозомы не резко расщепленные, не очень тонкие, с резкими перетяжками.

III. Действие различных органических соединений. Обследование периферических слоев хромозомы после формалина было снова проверено на его 10 и 25% растворах. То же действие дают и некоторые другие вещества, как хлорал гидрат (2%), хлороформ (0.35%) и даже ксилол (насыщенный в воде). Спирт и тринитрофенол действуют согласно: хромозомы толстые, нерасщепленные, нерасчлененные.

IV. Смеси. Испытаны главным образом различные комбинации с формалином — $HgCl_2$, $CuSO_4$, $C_6H_2(OH)(NO_2)_3$, $PtCl_4$ — с целью дальнейшего усовершенствования методики проявления морфологии хромозом. Полученный при этом ряд новых фиксажей приведен в особом моем сообщении ([3]). Испытание смесей с веществами, имеющими в виду заменить формалин (см. III), находится в процессе работы.

Институт генетики
Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
8 VIII 1934.

GENETICS

FIXATION CHANGES OF THE CHROMOSOME BODY

By G. LEVITSKIJ (LEWITSKY), Corresponding Member of the Academy

In my previous papers ([1, 2]) a statement was made that the chromosome body reacts differently in its different layers to subsequent staining, according to the method of fixation employed. It was shown particularly that acetic acid contributes to the staining of peripheral, formalin, on the contrary, to that of interior layers. The staining of the latter, the axial parts of a chromosome reveals in the form of a skeleton the morphological differentiation of its body. Further on I tested in the same direction a number of other substances in different concentrations and mixtures. The present communication gives a brief account of regularities discovered. The objects of investigation were the metaphasic chromosomes of barley (*Hordeum vulgare*). Staining — iron-alum haematoxylin.

I. The action of acids (HCl, $H_2SO_4CrO_3$, CH_3COOH) is uniform and undergoes an equal change according to the concentration employed. Strongly diluted acids fix the peripheral layers, as was stated previously for acetic acid. Stained chromosomes appear as thick, swol en undifferentiated bodies. This has been observed in a typical form for 0.03% HCl, 0.05% H_2SO_4, 1% CrO_3, 1% CH_3COOH. Strong concentrations of the same acids give a strikingly opposite effect. The peripheral layers of tle chromosome body are not perceptible, the chromosomes being very thin, markedly split, and provided with distinct kinetic constrictions. This has been observed in an extreme form for 50% HCl, 5% H_2SO_4, 4% C_2O_3, 100% CH_3COOH.

The intermediate concentrations (e. g. 0.5% H_2SO_4) may, it seems, be recommended for usual investigations of the numbers, as well, perhaps, as of the morphology of chromosomes.

II. The action of salts of alkaline metals manifests itself in all the cases investigated by a marked swelling with the transformation of the chromosomes into unstained elongated vacuoles (4% $Na_2B_4O_7$) or by their complete dissolution (10% NaCl, 8% Na_2SO_4, 3% Na_2SO_3, 3% $K_2Cr_2O_7$). Salts of heavy metals: 1) 1 and 5% $HgCl_2$. Chromosomes rather thin, splitting and constrictions not clear. 2) 5% $CuSO_4$. Similar, but far worse fixation. 15% $CuOS_4$. Chromosomes dissolved. 3) 4% $AgNO_3$. Chromosomes thin, markedly split, with distinct constrictions. 4) 1% $PtCl_4$. Chromosomes only lightly split, of moderate thickness, constrictions strongly marked.

III. Action of some organic compounds. The discolouring of peripheral layers of chromosomes after formalin was verified again for 10 and 25% solutions. The same action is produced by some other substances, as CCl_3 $COHH_2O$ (2%), $CHCl_3$ (0.35%), and C_6H_4 $(CH_3)_2$ (saturated in water). Alcohol and trinitrophenol give a similar effect: chromosomes thick, unsplit, undifferentiated.

IV. Mixtures. Experiments have been made chiefly with various mixtures of formalin—with CrO_3, $HgCl_2$, $CuSO_4$, $C_6H_4(OH)(NO_2)_3$ $PtCl_4$—for the purpose of a futher improvement of methods revealing the morphology of chromosomes. A series of such new fixatives is given in a separate communication ([3]).

Experimentation with substances which may, perhaps, replace formalin (cf. III) is going on.

Institute of Genetics,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
8. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES.

[1] Г. А. Левитский. Тр. по прикл. бот., ген. и сел., т. XXVII, в. 1, 1931. G. Lewitsky. Bull. of Appl. Bot., Gen., and Plant Breeding, v. XXVII, No 1, 1931. [2] Г. А. Левитский. Тр. по прикл. бот., ген. и сел., 1934, 3. G. Lewitsky. Bull. of Appl. Bot., Gen., and Plant Breeding, 1934, 3. [3] Г. А. Левитский. ДАН, 1934, t. IV. № 3. G. Lewitsky. C. R. Acad. Sci. URSS, 1934, v. IV, No 3.

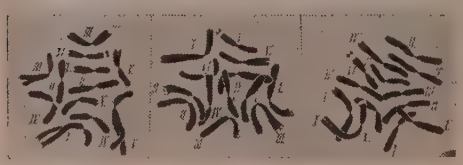
ГЕНЕТИКА

С. Я. КРАЕВОЙ

О ТРИСОМИКАХ И ГЕТЕРОХРОМОЗОМАХ *SCORZONERA NERVOSA* TREVIR

(*Представлено академиком ВУАН А. А. Сапегиным 11 VIII 1934*)

При кариологическом анализе *S. nervosa* в соматических клетках корешков нами были обнаружены гетеро- и сверхкомплектные хромосомы. Обыкновенно у *S. nervosa* кариотип состоит из 12 соматических хромозом $2n = 12$ [1], которые нами разбиты на гомологичные пары (см. фиг. 1).



Фиг. 1.—Fig. 1. Фиг. 2.—Fig. 2, Фиг. 3.—Fig. 3.

Экваториальные пластинки *Scorzonera nervosa*. Объяснение см. в тексте. — Metaphase plates of *Scorzonera nervosa*. Explanation see in the text.

Первая пара (I) представляет наиболее длинные хромозомы, с соотношением плеч 2:1. Вторая пара (II) состоит из двух наибольших равноплечих хромозом. Третья пара (III), также малых хромозом, имеет соотношение плеч 1,5:1. Четвертая (IV) и пятая (V) приблизительно одинаковые, с соотношением плеч 1:1. Шестая пара хромозом (VI) равноплечие, но одна из них на одном конце имеет спутника, вторая не имеет такового, поэтому их можно назвать гетерохромозомами, а весь кариотип по этому признаку — гетерозиготным.

Все хромо омы кариотипа были измерены. Результаты измерений представлены на табл. 1. Из таблицы видно, что соотношение плеч каждой хромозомы имеет свою определенную величину.

Также довольно стабильным является соотношение в размерах всех пар хромозом между собою. Отношение, в пределах кариотипа, самой большей хромозомы (I) к самой меньшей (VI) будет примерно как 2:1 и остается всегда постоянным (см. табл. 1).

Отмеченные особенности кариотипа являются очень важными при установлении индивидуальности хромозом.

Таблица 1—Table 1

Пары хромозом Pairs of chromosomes	Длина хромозом в мм Length of chromosomes in mm	Соотношение плеч Ratio of arms	Морфологические особенности хромозом Morphological characteristics
I	7.5	2:1	—
II	5.5	1:1	—
III	5.0	1:1	—
IV	5.0	1:1	—
V	4.6	1:1	—
VI	3.5	1:1	Одна хромозома со спутником One chromosome with a satellite

Нужно отметить, что хромозомы плерома и периблемы по размерам несколько отличны, но эта разница незначительна и ею можно пренебречь.

Хромозомы, согласно установленным парам, их величине и стабильным соотношениям последней, легко распознать в каждой митотической пластинке. Это является очень важным для дальнейшего установления взаимоотношения сверхкомплектной хромозомы с остальными хромозомами и ее идентификации с той или иной парой.

Сверхкомплектные хромозомы нами были найдены в отдельных корешках (индивидуумах), т. е. в определенной серии срезов корешков мы находили всегда по 13 хромозом (см. фиг. 2 и 3). Характер распределения нормальных индивидуумов и трисомиков в количественном отношении очень показателен (см. табл. 2).

Таблица 2—Table 2

Характер хромозомных наборов Nature of chromosome sets	Количество просмотренных пластинок Number of plates examined	Количество корешков (индивидуумов) Number of roots	%	Число исследованных корешков Number of roots examined
$2n$	494	40	83	48
$2n+1$	302	8	17	

Из 48 исследованных корешков имеем с диплоидным набором хромозом ($2n$) 40 и простых трисомиков ($2n+1$) 8 корешков, что в процентном отношении составляет: нормальных 83%, трисомиков 17%; процент трисомиков довольно высок.

Проследив судьбу этой лишней в соматическом наборе хромозомы, мы установили, что она всегда соответствует по величине шестой (VI) паре хромозом, самой меньшей по величине.

Эта сверхкомплектная хромозома ничем не отличается от гетерохромозомы шестой пары без спутника. Ее величина и соотношение плеч те же что и у шестой хромозомы.

Трисомики встречаются у многих растений, так Лютц (8) наблюдала их у *Oenothera*, Гейтс (5) находил в той же *Oenothera*. Также нужно отметить то, что главнейшие мутанты Де-Фриза являются трисомиками (7).

М. Навашин (9) находил трисомиков в большом количестве у *Crepis tectorum*, Сенсом (1933) наблюдала их у *Pisum Sativum*.

Трисомики были найдены также у *Datura Stramonium* (4), они образуют два типа гетерозигот A_2a и Aa_2.

Макклинток и Хилл (1931) установили, что у *Zea Mays* самая меньшая хромозома утроена, т. е. одна хромозома в соматическом наборе лишняя. В нашем вышеописанном случае самая меньшая хромозома тоже утроена. Кроме того, эти же авторы установили связь определенных генов с экстрахромозомами. М. Навашин (9) показал, что не все виды *Crepis* обладают одинаковым свойством давать трисомики, некоторые виды дают их больший процент (*Crepis tectorum*), другие меньший процент, а некоторые и вовсе их не дают.

Такая же картина нами наблюдалась у различных видов *Scorzonera*. Если, например, *S. nervosa* дает 17% трисомиков, то *S. Tau-saghyz* по приблизительным подсчетам дает их около 2% (неопубликованные данные), а у других исследованных видов (Краевой, 1934) их вовсе не наблюдалась.

Таким образом, это свойство, очевидно, присуще тому или иному виду и является дополнительной характеристикой последнего.

С другой стороны, в вышеприведенном материале является интересным наличие гетерохромозом.

С. Навашиным (2,3) найдены случаи ядерного димсрфизма в соматических клетках *Galtonia candicans* и *Muscari tenuiflorum*, там же им отмечено, что это явление, вообще, редкое. Г. А. Левитский (1932) наблюдал явление гетерохромозом у *Pisum*.

С. Навашин (3) предполагает, что в гетерозиготных по кариотипу рас гаметы образуются двух родов, которые при сочетании дают гомо- и гетерозиготных особей с различной степенью жизнеспособности.

Большей жизнеспособностью обладают особи от сочетания различных гамет и меньшей от сочетания одинаковых гамет. Дальше он приходит к заключению, что в борьбе за существование более жизнеспособные (гетерозиготные особи) вытесняют менее жизнеспособных (гомозиготных особей). Таким образом, гомозиготы элиминируются в процессе естественного отбора, так как они менее жизнеспособны.

В нашем материале *S. nervosa*, с наличием в ядре гетерохромозом, можно думать, ход образования гамет будет таким же, как это отмечает Навашин (2,3) для *M. tenuiflorum* и *G. candicans*.

Исходя из этого мы должны бы наблюдать у *S. nervosa* ядра не только гетерозиготные, но и гомозиготные, однако последних нам не приходилось наблюдать. В связи с этим мы полагаем, что гомозиготный кариотип данного растения (без спутников, а также с обоими спутниками) является нежизнеспособным.

Такие сочетания гамет отмирают на ранних стадиях эмбриогенеза, или же элиминируются в процессе развития, не дав потомства.

Что касается происхождения трисомиков *S. nervosa*, то здесь наиболее вероятным будет объяснение путем соматического нерасхождения или элиминации хромозом (6).

В заключение укажем лишь на то, что трисомики некоторых видов растений должны представлять интерес с филогенетической точки зрения. Уменьшение или увеличение числа хромозом, по указаниям многих исследователей, часто влечет за собой соответствующие изменения генотипа и фенотипа, так как в большинстве случаев диминуция хроматинового материала влечет за собой выпадение некоторых генов и обратный процесс — появление новых генов.

S. nervosa неисследованное, в цито-генетическом отношении, растение. И первые данные цитологического порядка указывают на то, что данное растение представляет несомненно большой интерес в смысле изучения гетерохромозом и хромозомных комбинаций.

За ценные указания приношу благодарность проф. Г. А. Левитскому и доктору Д. Костову.

Институт генетики
Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
11 VIII 1934.

GENETICS

TRISOMICS AND HETEROCHROMOSOMES IN *SCORZONERA NERVOSA* TREVIR

By S. KRAJEVOJ

(Communicated by A. Sapehin, Member of the Ukrainian Academy, 11. VIII. 1934).

SUMMARY

The cytological study of the root tips of *Scorzonera nervosa* showed the presence of polysomic sets of chromosomes and plates with heterochromosomes.

S. nervosa has normally $2n = 12$ chromosomes (Krajevoj, 1934). Simple trisomics ($2n + 1$) were found and amounted to 17% in number (see Table 2, p. 225). The third extra chomosome without satellite corresponds to the sixth pair (see Table 1, p. 225).

An interesting phenomenon in *S. nervesa* is the occurrence of a heterochromosome.

One of the chromosomes of the sixth pair has always a satellite, while the other homologous chromosome of this pair does not contain this satellite (see Fig. 1). Therefore we conclude that the karyotype in relation to this pair is always heterozygous, being unviable when homozygous.

The plants representing homozygous combinations are probably eliminated at an early stage of embryonic development, or somewhat later during the development of the plant.

The author's thanks are due to Prof. G. Lewitsky and Dr. D. Kostoff for their suggestions and valuable advice.

Institute of Genetics,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
11. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] С. Краевой. ДАН, т. III, № 4, стр. 284, 1934. S. Krajevoj. C. R. Acad. Sci. URSS, v. III, No 4. стр. 286, 1934. [2] С. Навашин. Изв. Акад. Наук, стр. 373—385, 1912. S. Navashin. Bull. Acad. Sci., St. Petersbourg, pp. 373—385, 1912. [3] С. Навашин. Изв. Акад. Наук, № 17, 1915. S. Navashin. Bull. Acad. Sci., Petrograd, No 15, 1915. [4] A. F. Blakeslee and J. Belling. Journ. of Heredity, v. 15, No 5, 1924. [5] R. R. Gates. Amer. J. Bot., 11, 1928. [6] R. J Chittenden. Bibliogr. Genet., 3, 1927. [7] H. De-Vries u. K. Boedijn. Ber. d. deutsch. bot. Ges., Bd. 42. H. 4, 1924. [8] A. Lutz. Amer. J. Bot., 4, 1919. [9] M. Navashin. Univ. of Calif. Publ. in Agric. Sci., v. 2, No 14, 1929.

ГЕНЕТИКА

Н. И. ШАПИРО и Р. И. СЕРЕБРОВСКАЯ

СРАВНИТЕЛЬНАЯ МУТАБИЛЬНОСТЬ ПОЛОВОЙ И ВТОРОЙ ХРОМОЗОМЫ *DROSOPHILA MELANOGASTER*

(*Представлено академиком ВУАН А. А. Сапегиным 28 VIII 1934*)

Постановка вопроса

Почти все работы по изучению закономерностей мутационного процесса у *D. melanogaster* проводились и проводятся на половой хромосоме. Это вполне оправдано теми методическими преимуществами, которые имеются при работе с половыми хромозомами по сравнению с аутозомами. Но представляет несомненный интерес сравнение частоты мутирования половых хромозом и аутозом. Эволюция половых хромозом представляла целый ряд своеобразных отличий от эволюции аутозом и выяснение того, коснулось ли это своеобразие характера мутационного процесса, является далеко не безинтересным. Вопрос о соотносительной мутабильности первой и второй хромозомы ставился в работе Меллера ([1]), где автором изучалась частота мутирования половой хромозомы и второй в условиях различных температур. Полученные в этой работе данные показали несколько повышенный процент возникновения летальных мутаций в половой хромозоме, по сравнению со второй, несмотря на явно меньшую ее цитологическую длину и длину кроссинговерной карты. На несоответствие между соотношением длин хромозом и соотношением частоты мутирования этих хромозом было обращено внимание автором работы и указано, что весьма вероятной причиной этого несоответствия являются неконтролируемые в эксперименте влияния на мутационный процесс в половой хромозоме, являющейся сильно вариабильной в отношении частоты мутирования от опыта к опыту без каких-либо видимых причин.

В нашей работе мы пытаемся решить вопрос о соотносительной частоте мутирования половой и второй хромозомы пользуясь рентгеновским методом получения летальных мутаций.

Методика

Методика настоящей работы по обнаружению леталей, возникших в рентгенизованных половых хромозомах сперматозоидов самца, не нуждается в особом изложении, так как представляет обычную, неоднократно описывавшуюся методику *ClB*. Обнаружение леталей, возникших в рентгенизованных половых хромозомах яйцеклеток самок, заключалось в том, что рентгенизовались виргинные самки $\frac{ClB}{w}$ и скрещивались с самцами Bx. В F_1 отбирались самки *ClB* нерасхожденки и анализировались во втором поколении возникли ли при рентгенизации хромозомы w летали или нет.

Методика обнаружения леталей во второй хромозоме сводилась к следующему: рентгенизованные самцы $\frac{Cy}{+}$ скрещивались с виргинными самками $\frac{Cy}{L}$. Из F_1 отбирались самцы $\frac{Cy}{+}$ и опять скрещивались с виргинными самками $\frac{Cy}{L}$. В F_2 отбирались и скрещивались друг с другом самки

и самцы $\frac{Cy}{+}$. В F_3 велся подсчет на обнаружение леталей (при рентгенизации самок принцип схемы опыта не менялся).

От каждого рентгенизованного самца (или самки) прослеживалось до F_3 примерно 10—15 хромозом. Применявшаяся нами методика гарантировала от смешения возникших при рентгенизации во второй хромозоме леталей с леталями, изначально заражавшими взятую для эксперимента линию. Поскольку анализировалась только одна из двух вторых хромозом (не *Cy*) и от каждого рентгенизованного самца прослеживалось до F_3 значительное количество хромозом, то можно было быть уверенным, что в случае если исходный рентгенизованный самец был гетерозиготен по летали во второй хромозоме, то все его потомство в F_3 показывало бы летальное отношение. Такие культуры автоматически исключались из подсчета.

Все обнаруженные в F_3 аутозомные летали проверялись в F_4, и в случае если они оказывались полулеталями, то в подсчет не включались. Подобная проверка была проведена и для леталей в половой хромозоме, которые были повторно анализированы в F_3.

Во всех сериях эксперимента облучению подвергались мухи в возрасте первых пяти дней по вылуплении. Рентгенизация мух для анализа леталей в половой хромозоме и аутозоме всегда проводилась одновременно. После рентгенизации мухи держались в пробирках всего 6 дней, т. е. тот срок, который заведомо не дает понижения процента возникающих мутаций в силу физиологического состояния клетки в момент облучения.

Условия рентгенизации были следующими: терапевтическая трубка Кулиджа с вольфрамовым антикатодом сила тока 4 mA; напряжение 120 kV; расстояние от антикатода 17 cm; фильтр 1 mm Al. Доза равнялась примерно 75 r в минуту.

Результаты опытов и обсуждение

Полученные нами результаты сравнения частоты мутирования половой и второй хромозомы сведены в нижеследующей таблице.

Сравнительная частота мутирования 1-й и 2-й хромозомы *D. melanogaster* под влиянием Х-лучей

Объект облучения	Время экспозиции в минутах	1-я хромозома			2-я хромозома			Соотносительная частота мутирования 1-й и 2-й хромозомы
		Число исследованных хромозом	Число обнаруженных леталей	Процент обнаруженных леталей	Число исследованных хромозом	Число обнаруженных леталей.	Процент обнаруженных леталей	
Самцы . .	11	202	4	1.98	159	8	5.03	1 : 2.54
Самки . . .	11	127	2	1.57	152	6	3.95	1 : 2.51
Самцы . .	26	536	45	8.39	569	125	21.97	1 : 2.62

Во всех трех проводившихся нами сериях эксперимента соотносительная частота мутирования двух хромозом близко приближается к отноше-

нию 1 : 2.5 (за единицу сравнения берется частота мутирования половой хромозомы). Полученное соотношение частот мутирования интересно рассмотреть в связи с имеющимися литературными данными по сравнительной величине кроссинговерных карт и цитологических длин этих хромозом. Принимая опять-таки за единицу измерения длину половой хромозомы, отношение длин кроссинговерных карт можно написать как 1 : 1.5, что, грубо говоря, соответствует и цитологическим длинам этих хромозом ([2, 3]). Сопоставляя соотносительную частоту мутирования половой и второй хромозомы с соотношением цитологических длин и длин кроссинговерных карт этих хромозом, казалось бы можно сделать вывод об относительно большей мутабильности второй хромозомы, чем первой. Но в настоящее время вряд ли будет правильным вести сравнение частоты мутирования первой и второй хромозомы по соотносительным длинам кроссинговерных карт и цитологическим длинам этих хромозом. Несравненно более правильным будет сопоставление частот мутирования с соотносительными длинами генетически активных частей половой и второй хромосомы. Вопрос о длине генетически активной части половой хромозомы разработан достаточно подробно в целом ряде работ ([4, 5, 6, 7]). Значительно менее подробно разобран этот вопрос для второй хромозомы, но и здесь мы имеем несомненные указания на наличие инертных участков в районе прикрепления нити веретена ([7, 8]). На основании имеющихся литературных данных можно утверждать, что примерно половина цитологической длины *X*-хромозомы является генетически инактивной. В отношении второй хромозомы, согласно данных Хейп, примерно около одной пятой является генетически инактивной (судя по красимости). Основываясь на этих данных, можно приближенно вычислить соотносительную длину генетически активных частей первой и второй хромозомы, которые будут близки к отношению 1 : 2.5. Вычисленное нами отношение не может претендовать на большую точность, но во всяком случае оно все же ближе подводит нас к истинному соотношению длин генетически активных частей, чем простое сравнение длин кроссинговерных карт или цитологических длин первой и второй хромозомы.

Учитывая возможные ошибки при измерении генетически активных участков хромозом, нельзя не признать большое совпадение соотносительной частоты мутирования с соотносительной длиной генетически активных частей первой и второй хромозомы чрезвычайно знаменательным.

Подобное совпадение само по себе является косвенным доказательством правильности вычисленных другими методами размеров генетически активных участков половой и второй хромозомы.

Вывод

Частота возникновения мутаций в половой и второй хромозоме *D. melanogaster* пропорциональна длинам генетически активных частей этих хромозом.

Лаборатория генетики
Научно-исследовательского института зоологии
Московского государственного университета.

Поступило
28 VIII 1934.

RELATIVE MUTABILITY OF THE *X* AND SECOND CHROMOSOMES OF *DROSOPHILA MELANOGASTER*

By N. ŠAPIRO and R. SEREBROVSKAJA

(*Communicated by A. Sapehin, Member of the Ukrainian Academy of Sciences, 28. VIII. 1934*)

The Problem

Nearly all works devoted to the study of the mutation process in *D. melanogaster* are based on data concerning the *X* chromosome. This is justified by the technical advantages presented by the *X* chromosome as compared with the autosomes. However, the comparison of the mutation rate of the *X* chromosome with that of the autosomes is of considerable interest. The evolution of the *X* chromosomes differs from the evolution of the autosomes in a number of essential features, and it is therefore interesting to learn whether these differences are extended to the characteristics of the mutation process as well.

Muller (1) was the first to investigate the problem of the relative mutation frequency of the *X* and second chromosomes of *D. melanogaster*. In his work concerning the influence of different temperatures on the mutation rate, he obtained data which showed a somewhat higher frequency of lethal mutations in the *X* chromosome as compared with that of the second, notwithstanding the fact that the latter is longer than the first, both genetically and cytologically. Muller pointed out the discrepancy between the mutation frequencies and the corresponding lengths of these chromosomes, and assumed as the probable cause of this discrepancy the influence of some factors, uncontrolled in the experiment and modifying the highly variable mutation frequency of the *X* chromosome.

In our work we attempt to solve the problem of the relative mutation frequencies of the *X* and second chromosomes by means of the X-ray method of producing lethal mutations.

Methods

The method of detecting lethal mutations arising in the X-rayed *X* chromosomes of the sperms, used in our work, was the familiar *ClB* method, the description of which we omit. In order to detect lethals arising in the X-rayed *X* chromosomes of the eggs, the following method was used: X-rayed virgin females of the structure $\frac{ClB}{w}$ were mated with *Bx* males. In the F_1, exceptional *ClB* females were selected and tested further with the aim of detecting any lethals which might arise in the X-rayed chromosome carrying *w*. In order to detect lethals in the second chromosome, X-rayed $\frac{Cy}{+}$ males were mated with virgin $\frac{Cy}{L}$ females. In the F_1 there were selected $\frac{Cy}{+}$ males, which were further crossed with virgin $\frac{Cy}{L}$ females. In the F_2 $\frac{Cy}{+}$ females were crossed with similar males, and an F_3 was raised in order to detect whether any lethals arose in the X-rayed second chromosome. The same scheme served in experiments with treated females.

About 10—15 chromosomes from each X-rayed male (or female) were traced to the F_3; this enabled us to distinguish between lethals in the second chromosome caused by X-ray treatment and those that were already present in the initial stock used in the experiments. As only one of the two second chromosomes (the non-curly chromosome) was analysed and as from each X-rayed male there was traced to the F_3 a considerable number of chromosomes, it is safe to conclude that in case the X-rayed male were already heterozygous for a lethal in its second chromosome, all its F_3 offspring would show lethal ratios. Such cultures were automatically excluded from the counts.

All autosomal lethals detected in the F_3 were tested in the F_4 and in case they proved to be semi-lethals they were likewise excluded from the counts. A similar test was applied also to the sex-linked lethals, which were analysed not only in the F_2 but in the F_3 as well.

In all the experiments the flies treated by X-rays were not older than six days of age. The flies used in experiments on the X and second chromosomes were always X-rayed simultaneously. After the treatment the flies were left in culture bottles for a period of six days only, viz. during such a period when a decrease of the percentage of arising mutation due to the physiological condition of the cell during X-ray treatment is excluded.

During treatment the following conditions were used: therapeutic Coolidge tube with tungsten target, current 3 mA and 120 kV, target distance 17 cm, Al filter 1 mm. The dose was equal approximately to 75 r per minute.

Experimental Results and Discussion

The data obtained in our experiments concerning the relative mutation frequencies of the X and second chromosomes are summarized in the subjoined table.

Relative Mutation Frequencies of the 1st and 2nd Chromosomes of *D. melanogaster* under the Influence of X-Rays

Flies treated	Time of exposure in minutes	1st chromosome			2nd chromosome			Relative mutation frequencies of the 1st and 2nd chromosomes
		Number of chromosomes tested	Number of detected lethals	Percentage of detected lethals	Number of chromosomes tested	Number of detected lethals	Percentage of detected lethals	
Males . . .	11	202	4	1.98	159	8	5.03	1:2.54
Females . .	11	127	2	1.57	152	6	3.95	1:2.51
Males . . .	26	536	45	8.39	569	125	21.97	1:2.62

In all our three series the mutation frequency of the second chromosome is very nearly two and a half times higher than that of the X chromosome. It is interesting to examine this relation in the light of literature data concerning the relative lengths of crossing-over maps and the cytological lengths of the two chromosomes studied. Taking as a unit the length of the X chromosome, we can estimate the relative lengths of the

crossing-over maps as 1:1.5, which also corresponds roughly with the cytological lengths of these chromosomes ([2, 3]). Comparing the relative mutation frequencies of the *X* and second chromosome with their cytological lengths and the lengths of their crossing-over maps, we could seemingly conclude that the second chromosome possesses a relatively higher mutability than the first. However, at the present state of our knowledge the comparison of the mutation frequencies of the first and second chromosomes with their relative cytological lengths and the lengths of their crossing-over maps can be hardly justified. It is much more correct to compare the mutation frequencies with the lengths of the genetically active parts of the *X* and second chromosomes. The question concerning the length of the genetically active part of the *X* chromosome is rather fully elaborated in a number of works ([4, 5, 6, 7]). Much less is known about this question with respect to the second chromosome, though we have definite evidence concerning the existence of inert regions near the point of attachment of the spindle fibre of this chromosome as well ([7, 8]). On the basis of the existing literature data, about a half of the cytological length of the *X* chromosome is genetically inert. According to Heitz, the inert regions occupy about one-fifth of the second chromosome (as seen from their reaction to staining). On the ground of these data we can approximately estimate the relative lengths of the genetically active parts of the *X* and second chromosomes as equal to 1:2.5. This ratio cannot be regarded as a precise one, but it is surely nearer to the actual relation of the lengths of the genetically active parts of these chromosomes than ratios estimated on the basis of their cytological lengths or the lengths of their crossing-over maps.

Even allowing for the possible errors in determining the lengths of the genetically active parts, it is highly remarkable that the relative mutation frequencies of the first and second chromosomes coincide with the relative length of their genetically active regions in such a precise manner. Such a coincidence can in itself be regarded as an additional evidence of the correctness of the lengths of the genetically active regions of the *X* and second chromosomes as estimated by means of other methods.

Summary

The mutation frequencies of the *X* and second chromosomes of *D. melanogaster* are proportional to the lengths of the genetically active parts of these chromosomes.

Laboratory of Genetics,
Zoological Institute
of the Moscow State University.

Received
28. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] H. J. Muller. Genetics, 13, 1928, pp. 279—357. [2] T. H. Morgan, C. B. Bridges, and A. H. Sturtevant. The Genetics of *Drosophila*. 1925. [3] Th. Dobzhansky. Biol. Zbl., Bd. 50, H. 11, 1930, pp. 671—685. [4] T. S. Painter. Science, 73, 1931, pp. 647—648. [5] H. J. Muller and T. S. Painter. ZS. f. ind. Abst., Bd LXII, H. 3, 1932, pp. 316—365. [6] Th. Dobzhansky. Biol. Zbl., Bd. 52, H. 8, 1932, pp. 493—509. [7] E. Heitz. ZS. f. Zellforsch. und microskop. Anat., Bd. 20, H. 1 u. 2, 1933, pp. 237—287. [8] T. S. Painter. Science, 78, No 2034, 1933.

ГЕНЕТИКА

Р. Л. БЕРГ

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА МУТАЦИЙ В ХРОМОЗОМАХ *DROSOPHILA MELANOGASTER*

(*Представлено академиком ВУАН А. А. Сапегиным 28 VIII 1934*)

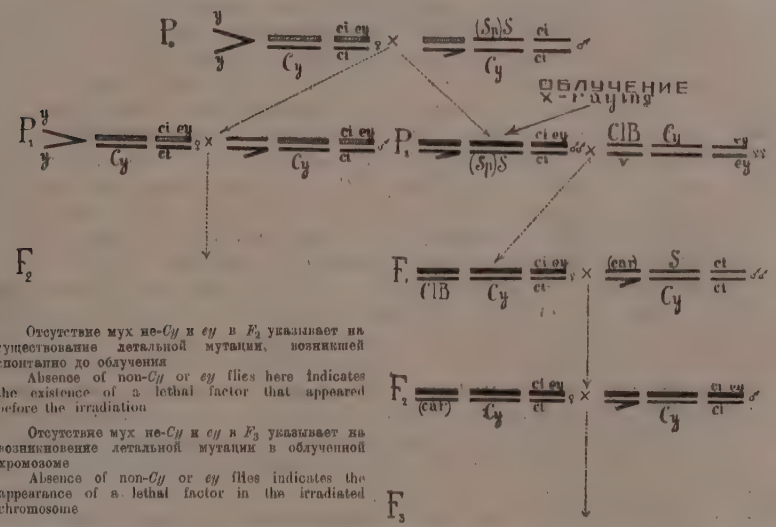
Настоящее исследование проведено в Институте генетики Академии Наук СССР по предложению и под руководством проф. Г. Г. Меллера. Одной из целей настоящей работы является изучение количества возможных летальных мутаций в максимально коротком участке наследственного вещества (четвертая хромозома). В задачу исследования входило также сравнение частоты летальных мутаций, возникающих под влиянием X-лучей в четвертой и в остальных трех хромозомах, с тем, чтобы подсчитать общее количество возможных летальных мутаций во всем наследственном веществе организма. Кроме четвертой и половой хромозомы в схему опыта была также включена вторая хромозома, так как учитывалась возможность, что половая хромозома может иметь какие-либо особенности, отличающие ее от аутозом. Данные, полученные уже в первых сериях опыта, оказались достаточными для сравнения частоты мутаций в первой и второй хромозомах и дают материал для настоящего предварительного сообщения.

Методика опыта позволяла одновременно учитывать и анализировать мутации во всех трех изучавшихся хромозомах, благодаря чему как генотипическая среда, так и внешние условия, включая и дозу облучения, для всех хромозом были в максимальной степени сходными. Опыт велся по следующей схеме (см. стр. 235).*

Применявшаяся доза X-лучей была около 2 000r, но из-за отсутствия точного дозиметра доза несколько варьировала в отдельных опытах. Однако, эта неточность дозировки не создает трудностей благодаря применявшейся методике и тому обстоятельству, что частота мутаций для X-хромозомы, будучи прямо пропорциональна дозе, хорошо известна. Применять сильные дозы, обусловливающие низкую плодовитость облученных самцов было бы нецелесообразно, так как необходимость по ходу опыта отбирать девственных самок со сравнительно резкой хромозомной комбинацией (1 муха из 24) заставила заботиться о многочисленности мух в F_1. Всего облучению было подвергнуто около 1000 самцов строения $\frac{S(Sp)}{ci}\,\frac{ci\ cy}{}$, которые скрещивались в массовых культурах с девственными самками *СВ Cy cy*. Через 4 дня мухи перегонялись на новую среду, также на 4 дня. В общей сложности самцы использовались в течение 8 дней, т. е. лишь в течение того времени пока частота мутаций в потомстве остается достаточно высокой ([1, 2]). F_1, F_2 и F_3 выводилось в пробирках (8 × 2 см) на улучшенной пищевой среде, разработанной К. Оферманом и являющейся сочетанием обычной изюмной и дрожжевой среды Меллера. Без этой среды, при которой в одной пробирке развивается до 300 особей, опыт, и без того сравнительно трудоемкий, не мог бы быть выполнен.

* Возможность изначального присутствия спонтанно возникших леталей у родителей облученных самцов исключалась особо поставленными скрещиваниями (см. схему).

Девственные самки $\frac{ClB}{} \frac{Cy}{} \frac{ci\ ey}{ey}$ из F_1 скрещивались в индивидуальных культурах с самцами $\frac{(car)}{} \frac{S(Sp)}{Cy} \frac{ci}{ci}$ (гены, заключенные в скобки, употреблялись лишь в последних сериях опыта). F_2 анализировалось на летали в X-хромосоме, и одновременно отбирались девственные самки строения $\frac{(car)}{} \frac{Cy}{} \frac{ci\ ey}{ci}$, которые скрещивались с такими же самцами из той же культуры. Вследствие редкости мух с нужной комбинацией хромозом и неполного проявления гена *ci*, из 903 развившихся культур F_2 на F_3 удалось



поставить лишь 322 культуры, несмотря на то, что все культуры тщательно просматривались по несколько (7—8) раз. F_3 анализировалось на летали во второй и четвертой хромозомах по отсутствию мух не *Cy* и *ey*. Эти классы в случае их появления исследовались также на видимые мутации.

В общей сложности среди 903 культур F_2 было получено 76 летальных и семилетальных мутаций, связанных с полом. Они были проверены скрещиванием не-*ClB* самок с любыми самцами. Отношение полов 2 ♀ : 1 ♂ указывало на присутствие летали. Сомнительные случаи были очень редки. Определенный таким путем процент леталей в половой хромозоме составляет 8.4%.

В F_3 среди 322 культур было получено 75 леталей и семилеталей во второй хромозоме, которые проверялись путем скрещивания мух *Cy* гетерозиготных по летали друг с другом. Процент леталей, полученных во второй хромозоме, составляет 23.4%. В четвертой хромозоме получена только 1 леталь.

Количество леталей, полученное во второй хромозоме, оказалось примерно в 3 раза превышающим количество леталей в половой хромозоме. Это различие больше, чем различие между длинами хромозом, наблюдаемых в митозах, где вторая хромозома лишь в полтора раза больше половой. Соотношение количества леталей лучше совпадает с относительными длинами хромозом, видимых в ядрах клеток слюнных желез. Это дает основание предполагать, что инертные участки второй хромозомы, если только

они существуют, более коротки, чем в X-хромосоме. Если это предположение неправильно, то следует допустить, что либо активная часть второй хромосомы содержит больше генов, способных давать летальные мутации, чем равная длина активного участка X-хромосомы, либо же, что эти гены более мутабильны.

Прежде чем принять одну из этих возможностей следует рассмотреть возможные возражения. Как известно, X-лучи наряду с генными мутациями производят также и хромозомальные абберации. Доза X-лучей, обусловливающая полученный процент леталей во второй хромосоме, вызывает транслокации, затрагивающие вторую и третью хромозомы примерно в 6% случаев ([3] [6]). Несколько менее 85% этих транслокаций летальны в гомозиготном состоянии ([7]). Если летали в обоих хромозомах независимы по происхождению, то это составит 60% леталей на каждую хромозому. Возможно, что некоторые из наблюденных случаев отсутствия в F_2 определенных комбинаций хромозом, регистрировавшиеся как летали, были обязаны своим возникновением транслокациям между второй и третьей хромозомами, с возникновением леталей в третьей хромозоме. Для X-хромозомы в условиях опыта это невозможно, так как культуры с леталями в X-хромозоме (часть из которых могла быть обязана транслокациям) не исследовались на присутствие леталей в аутозомах в F_2. Следует отметить, что транслокации, затрагивающие первую и вторую, а также первую и третью хромозомы, составляют вместе около 1% случаев. Таким образом в нашем опыте лишь 1.5% случаев, зарегистрированных как летали во второй хромозоме, были обязаны возникновению летали в третьей хромозоме, связанной транслокацией со второй, из расчета: 6% (транслокации первой и третьей) × 40% (отсутствие летали во второй) × 60% (возможность этой летали в третьей) = 1.5%. Мы видим, что полученный процент (23.4%) частоты летальных мутаций во второй хромозоме не будет настолько снижен, чтобы выше приведенные соображения были неверными. Полученные в опытах летальные мутации во второй хромозоме балансированы в культурах и будут в ближайшее время анализироваться на транслокации.

Другая вероятность ошибки в выводах заключается в возможности появления среди самок F_1 „нерасхожденцев", от которых в культурах F_2 появляются самцы несмотря на присутствие летали у самки F_1. Однако при нашей схеме скрещивания вероятность эта чрезвычайно мала. Довольно близкое совпадение наших данных с таковыми, полученными совершенно независимо Н. И. Шапиро и Р. Н. Серебровской и публикуемыми одновременно,* подтверждают сделанные выводы.

Таким образом частота мутаций, возникающих под влиянием X-лучей во второй хромозоме, примерно в 3 раза превышает количество леталей в половой хромозоме. Так как размеры первой и второй хромозом в митозе находятся в отношении 1.5 : 1, то наши данные указывают на то, что либо инертные участки второй хромозомы, если только они существуют, более короткие, чем в X-хромозоме, либо, что менее вероятно, активная часть второй хромозомы содержит больше генов, чем та же длина активного участка X-хромозомы, либо, наконец, что эти гены более мутабильны.

Институт генетики Академии Наук СССР
и Лаборатория генетики
Ленинградского государственного университета.

Поступило
28 VIII 1934.

* Стр. 228.

GENETICS

THE RELATIVE MUTATION FREQUENCIES IN *DROSOPHILA* CHROMOSOMES

By R. BERG

(*Communicated by A. Sapehin, Member of the Ukrainian Academy, 28. VIII. 1934*)

This investigation was suggested by Prof. Muller and carried out in the Institute of Genetics of the Academy of Sciences under his control. One of the original objects of this investigation (which is as yet far from realized) had been to obtain evidence concerning how many different lethal mutations were possible within a section of chromatin of minimum length (the fourth chromosome). At the same time it was desired to compare the frequencies of mutations produced by X-rays in the fourth chromosome and in the rest of the chromatin, so that the total number of different lethal mutations in all of the chromatin could then be calculated. As it was considered possible that the *X* chromosome might have some peculiar features different from those of the autosomes, it was thought desirable to involve in the experiments the second chromosome as well as the first. Sufficient data have already been obtained, in the first sets of experiments, to allow us to draw a comparison between the mutation frequencies in the first and second chromosomes, and the conclusion involved therein justifies the publication of a preliminary report.

The experimental procedure was such as to involve the simultaneous irradiation and examination of the first, second, and fourth chromosomes in the same flies. This avoided the possible interfering influence of numerous variable factors, such as effects caused by different genotypes and different environments, and also avoided the difficulty of obtaining uniformity of the dosages of irradiation. The scheme of the experiment was as follows (see p. 235).

The possibility of the existence of mutant genes that had arisen spontaneously in parents of the irradiated males was checked by special tests, as shown in the diagram.

The dosage used throughout the experiment may be provisionally designated as '10 000 a'. These 'a' units were originally intended to be identical with 'r', but there is reason to believe that because of some systematic source of error in the measurement, the dosage was really about 2000 r. As mutation rate is known to be simply proportional to dosage, and the mutation rate in the *X* has already been well worked out, this need involve us in no real difficulties. It did not seem expedient to use so great a dosage as to cause a very low fertility of the males treated, for it was desirable that a great number of flies should be obtained in the F_1 in order to make it possible to select virgin females with a comparatively rare chromosome combination (1 fly out of 24).

About 1000 males with $\frac{S(Sp)}{} \; \frac{ci\ ey}{ci}$ chromosome constitution were treated by X-rays and crossed in mass cultures to virgin females of type *ClB Cy ey*. After four days the flies were removed to new bottles and left again for four days. Altogether the males were thus used for eight days, i. e. during all the time in which the level of mutation frequency in the progeny might remain sufficiently high [1,2].

The virgin females $\frac{ClB}{\quad}\frac{Cy}{\quad}\frac{ci\ ey}{ey}$ in the F_1 were crossed in individual cultures to the $\frac{(car)}{\quad}\frac{S(Sp)}{Cy}\frac{ci}{ci}$ males. (The genes shown in parenthesis were used only in the latter part of the work.) The F_2 was examined for lethals in the X chromosome, and at the same time virgin females with the required chromosome constitution, $\frac{(car)}{\quad}\frac{Cy}{\quad}\frac{ci\ ey}{ci}$, were selected for crossing to their brothers of the same constitution. Examination of F_2 proved to be the most difficult stage of the whole work, as the required chromosome constitution was rarely met with, owing to complicated segregation and to the incomplete manifestation of the gene *ci*. The result was that out of 903 F_2 cultures hatched, only 322 could be started for F_3, although each of the F_2 cultures was thoroughly looked through several (7—8) times. The appearance of lethal mutations in the F_3 in chromosomes 2 and 4 was indicated by the absence of certain genotypic combinations, i. e., non-*Cy* and *ey*. These classes of F_3 were also examined for visible mutations.

All F_1, F_2, and F_3 matings were carried out in small vials (8 × 2 cm within) containing an improved food that allowed the development of one to three hundred offspring per vial. The food formula had been worked out by Offermann, and represents an adaptation of the Russian food formula to the yeast method developed by Muller. Without this food, the experiment would have required so large a scale of operations as to preclude its being carried out.

Out of the total number of 903 F_2 cultures, 76 sex-linked lethal and semi-lethal mutations were obtained. Each of them was checked as follows: the non-*ClB* females were crossed to normal males. The ratio of 2:1 indicated the presence of a lethal. There were few really doubtful cases. The percentage of lethals in the X chromosome was 8.4%.

Out of 322 F_3 cultures, 75 lethals and semi-lethals were obtained in the second chromosome, which were tested by the crossing of *Cy* flies heterozygous for the lethal to each other. The percentage of lethals obtained in the second chromosome was 23.4%.

In chromosome 4 only 1 lethal not connected with a translocation has yet been found.

It will be observed that the number of lethals obtained in the second chromosome is about three times that in the X chromosome. This disproportion is considerably greater than that between the lengths of the X and second chromosomes, as seen at mitosis, where the second is only about one and a half times the X. It shows better agreement with the relative lengths of the chromosomes as seen in resting stages (salivary glands). All this indicates that the inert sections in the second chromosome, if they exist at all, are considerably shorter than in the X chromosome. If this supposition concerning the inactive regions is not correct, it would seem necessary to conclude that a given length of the active region of the second chromosome contains on the average more genes than the same length of active region of the X, or that these genes are more mutable (to lethals).

Before the above comparison can be considered valid, however, several possible objections to taking them at their face value must be disposed of. The first of these lies in the fact that X-rays are known to produce chromosomal aberrations, as well as gene mutations. A dosage of irradiation causing the given per cent of lethals in the X causes translocations involving the second and the third chromosome in about 6% of cases [based

on data of Muller and Altenburg ([3, 4]), of Oliver ([5, 6]), and of Stone (1932—1934)]. Somewhat less than 85% of these translocations are lethal when homozygous [data of Bedichek, quoted by Patterson and Suche ([7])]; if the lethals in the two chromosomes are independent in origin, this makes about 60% of lethals for each chromosome alone. It was therefore likely that some of the recorded cases of absence of certain gene combinations in the F_3 which were registered as lethals, were due to translocations between chromosomes 2 and 3, in which there was a lethal only in chromosome 3. This is not possible for the *X* chromosome, under the conditions of the experiments, as cultures having lethals in the *X* in F_2 were not examined in F_3 for lethals in the autosomes. It may be observed, moreover, that translocations involving either first and second or first and third chromosomes would be met with in less than 1% of cases. Thus there should be, in our experiments, about 1.5% of cases in which the apparent lethal in chromosome 2 was caused only by a lethal in chromosome 3 connected by translocation with chromosome 2. The calculation is as follows: 6% (the translocations of 2 with 3) times 40% (those not lethal in 2) times 60% (the proportion of these lethal in 3) = 1.5%. It will therefore be seen that our figure, 23.4%, for the mutation rate in chromosome 2 would not be so substantially reduced by these cases as to affect the conclusions given above. The lines with balanced lethals in the second chromosome, which we have at our disposal, will, however, be examined for translocations, and in the further course of the experiment all the possible translocations will be considered.

Another possible source of error lies in the possibility of unrecognized non-disjunction occurring in the F_1 *ClB* females, causing males to appear in F_2 in vials whose mothers had a lethal. This, however, is a rather remote possibility, in view of the scheme of crossings used. It will be completely checked in future by the use of the marker *car* in the F_1 males. At the same time, the sufficiently close agreement of our results with those in the independent work of N. Šapiro and R. Serebrovskaja, published in a parallel paper,* is mutually confirmatory of our conclusion.

Conclusion

The frequency of mutation in chromosome 2 under the influence of X-rays is about 3 times that of the *X* chromosome. Since the visible sizes of these chromosomes at mitosis are only in the ratio 1.5 : 1, the above finding indicates either that the second chromosome has a much smaller inactive region (if any) than the *X*, or — less probably — that its active region has more or more mutable genes in a given amount of chromosome material.

Institute of Genetics,
Academy of Sciences of the USSR
and Laboratory of Genetics,
Leningrad State University.

Received
28. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] B. B. Harris. Journ. of Her., 1929, v. 20, No 6, pp. 299—302. [2] F. B. Hanson and F. Heys. Am. Nat., 1929, 63, pp. 511—516. [3] H. J. Muller and E. Altenburg. Genetics, 1930, v. 15, No 4, pp. 283—311. [4] H. J. Muller and E. Altenburg. Anat. Rec., 1928, v. 41. [5] C. P. Oliver. Anat. Rec., 1930, v. 47, p. 385. [6] C. P. Oliver. ZS. f. ind. Abst. u. Vererbungsl., 1932, Bd. 61, H. 3/4, pp 447—488. [7] J. Patterson and M. Suche. Genetics, 1934, v. 19, No 3, pp. 223—236.

* See p. 231.

ЗООЛОГИЯ

О. А. ЧЕРНОВА

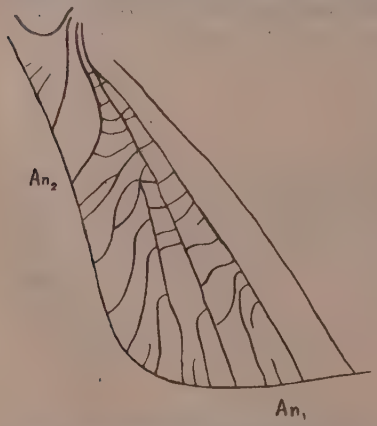
НОВЫЙ ВИД И РОД ШИРОКО РАСПРОСТРАНЕННОЙ ПОДЕНКИ СЕВЕРНОЙ ПОЛОВИНЫ СССР (*EPHEMEROPTERA, EPHORONIDAE*)

(*Представлено академиком С. А. Зерновым 10 VII 1934*)

Один из самых обычных видов поденок — *Polymitarcys virgo* Oliv., широко распространенный в Западной Европе, хорошо известен по своим массовым летам, во время которых это насекомое летит в громадном количестве, напоминая хлопья снега. При рассмотрении коллекций ЗИН оказалось, что серия так называемого *Polymitarcys virgo* из пределов СССР представляет смесь двух видов, из которых настоящий *P. virgo* является лишь незначительным меньшинством. Основная масса насекомых резко отличается от названного вида, имея с ним лишь внешнее сходство; эти поденки оказались представителями нового вида и рода, хорошо отличного от рода *Polymitarcys*. Этот факт оказался совершенно неожиданным, принимая во внимание крайнее обилие материала по этому виду и его широкое распространение. Нахождение второго палеарктического вида в этом бедном видами семействе представляет очень большой интерес.

EOPOLYMITARCYS g. n.

Глаза ♂ небольшие, расстояние между ними более чем в два раза шире глаза. Развилок *M* более отдален от основания крыла, чем развилок *RS*. Между An_1 и An_2 находится 1, реже 2 прямых промежуточных жилок, реже они отсутствуют вовсе. Кроме них всегда имеется несколько S-образно изогнутых жилок, отходящих от прямой промежуточной и от An_1 к краю крыла (фиг. 1). Жилкование задних крыльев не редуцированное; *M* ветвится, *R* отходит от корня крыла. Передние ноги ♂ длиннее тела, задние немного длиннее половины брюшка. Передние ноги у ♀ короткие, с изогнутыми бедрами. Генитальные форцепсы ♂ 4-члениcтые. Хвостовые нити у ♂ в числе 2, у ♀ 3. Тип рода *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n.



Фиг. 1. *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n. Переднее крыло. — Abb. 1. *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n. Vorderflügel.

Описываемый род наиболее близок к роду *Polymitarcys*, отличаясь от него следующими признаками:

1. В первом анальном поле переднего крыла 3—5 прямых промежуточных жилок, соединенных друг с другом многочисленными поперечными жилками. Penis глубоко расщеплен на две лопасти. Основание penis'a короткое, почти отсутствует..... .....*Polymitarcys* Eat.

2. В первом анальном поле переднего крыла не больше двух промежуточных жилок, чаще всего одна; от нее и от An_1 отходят к краю крыла S образно изогнутые жилки. Penis на конце неглубоко вырезан. Основание penis'a толстое и довольно длинное (фиг. 2)... *Eopolymitarcys* g. n.

По жилкованию передних крыльев этот род приближается к американскому роду *Euthyplocia Eat.* и недавно описанному Навасом роду *Chromarcys* (1). Все остальные признаки сближают его с родом *Polymitarcys.*

Жилкование анального поля является среди родов этого семейства хорошим признаком-индикатором. Вместе с тем, как уже отмечали некоторые авторы (2), жилкование у некоторых родов *Ephoronidae* часто сильно вариирует индивидуально. Это было замечено и мной на просмотре описываемого рода; при просмотре около 500 экземпляров некоторое (10—15) количество индивидов имели 2 промежуточные жилки в первом анальном поле или они отсутствовали вовсе.

Eopolymitarcys nigridorsum sp. n.

♂ imago (сухой). Голова темнокоричневая; затылок сзади глазков более темный. Глаза черные, неправильно-овальной формы, усики белые. Переднегрудь светлая, коричневато-серая. Средне- и заднегрудь блестяще черная, у более светлых экземпляров коричневая. Передние ноги черные, за исключением сочленений, которые белые; коготки белые. Средние и задние ноги желтоватые. Крылья белые, прозрачные. *C*, *Sc* и *R* у основания крыла черные, к вершине серые. Брюшко белое, желтоватое снизу. Каждый тергит брюшка с большим светло-серым неясным пятном, благодаря которому общая окраска брюшка кажется грязновато-белой. Последние два тергита брюшка светлосерые. Хвостовые нити прозрачные, белые. Форцепс белый.— Передние ноги длинные, длиннее тела. Длина бедра 80, голени — 350, 1-го членика лапки — 9 2-го — 110, 3-го — 85, 4-го — 85 и 5-го — 55. Средние и задние ноги с очень тонкими голенями и лапками. Форцепс четырехчлениковый, 2-й членик самый длинный, почти в 3 раза длиннее 1-го, последние членики вместе взятые равны длине 1-го. Лопасти penis'a значительно шире, чем у *Polymitarcys virgo*, сближены друг с другом, и только их вершины расходятся в стороны, так что глубокий вырез, который есть между лопастями у *Polymitarcys virgo*, здесь отсутствует. ♂ subimago (сухой) отличается от imago следующими признаками. Переднегрудь желтовато-серая, средне- и заднегрудь светло-коричневая. Крылья белые, мутные. Передние ноги короткие, саблевидно изогнутые. Брюшко сверху по средней линии с большими светлосерыми пятнами, по одному в каждом сегменте.

Фиг. 2. *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n. Гениталии ♂.—Abb. 2. *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n. Genitalien ♂.

♀ subimago (сухая). Окраска брюшка сверху более темная, чем у ♂. Передние ноги редуцированные, бедра и голени изогнутые, членистость лапки неясна; средние и задние ноги развитые, лапки имеют 4 неясных членика. Яйца оказываются компактной массой ввиде двух удлиненных правильной формы палочек желтого цвета. Хвостовых нитей 3, сильно волосистые. Крылья белые, непрозрачные, с густой бахромкой по краю. Все 47 ♀♀ просмотренной коллекции имеют крылья и хвостовые нити

как у subimago и вместе с тем они или отложили яйца или были пойманы в момент откладки яиц. Нет ни одного экземпляра линяющего, как это часто встречается среди собранных ♂♂. Эти данные позволяют говорить, что ♀♀ этого вида имеют лишь одну крылатую стадию. Продолжительность стадии subimago ♂♂ очевидно очень кратковременна, а ♀♀ утеряли линьку вовсе.

Длина тела ♂ imago 10 мм, ♀ — 10—12 мм; крыла ♂ — 11 мм, ♀ — 14 мм; хвостовых нитей ♂ — 24 мм, ♀ — 8—10 мм.

10 ♂♂ Моск. г., Звенигор. у., р. Москва, 5 VIII 1922, О. Чернова! 8 ♂♂ Нижегор. г., р. Волга, 12 VII 1925, М. Никольская! Около 200 ♂♂ и 10 ♀♀ Ленингр. обл., Лахта, 17 VII—19 VIII 1920—1922, Э. Мирам! 2 ♂♂ Петергофск. у., 21 VII—15 VIII 1902, Бианки! Чекини! 3 ♂♂ Дубки, Прим. ж. д. 1901, Пфиценмейер! Многочисленные ♂♂ Устье Сев. Двины, 20 VIII 1923, Сб. Плов. морск. инст. 2 ♂♂ 2 ♀♀ Тобольск. г.,лиман р. Войкар, 10 IX 1925, Фридолин! 5 ♂♂ Тобольск. г., р. Больш. (Северная) Сосьва, 6 IX 30, В. Бианки! 15 ♂♂ 5 ♀♀ Красноярск, 6 VII—2. VIII, Сальстрем, Троицкая! 12 ♀♀ Бунбуй, Енисейск. г., 16—18 VII 1915, Варакснна! 2 ♂♂ 1 ♀ Енисей у Верхне-Инбашского, 27 VII 1903, Анучина! 7 ♂♂ 16 ♀♀ Иркутск. г., р. Балей, 1 VIII 1912, Силантьев! 35 ♂♂ 2 ♀♀ р. Амгунь, выше с. Удинска, 23—26 VIII 1931, Маслов! 1 ♀ Забайкалье, долина р. Ивановки, 22 VIII 1926, Геккер! 2 ♂♂ Затон Амура у Благовещенска, 4. VIII 1927, Мартынов! 1 ♂ Низ. Амура, Б. Хунгари, 13 VIII 1910, Солдатов! 5 ♂♂ Лиман Амура, Озерпах, 18 VIII 1908, Солдатов! 6 ♂♂ Хутор Покровка на Амуре, 1908, Яковлев! 13 ♂♂ и несколько ♀♀ Амур у Николаевска, 2 VIII 1928, Ушаков! Монголия, берег р. Керулен, 30—31 VII 1899, Палибин!

Этот вид смешивался с *Polymitarcys virgo* — обычным западноевропейским видом, более редким в пределах СССР. Этот вновь описываемый вид является широко распространенной формой больших и средних рек северной половины СССР: Двины, Невы, Москвы, Средней Волги, бассейна Енисея и Амура.

Зоологический институт
Академии Наук СССР
Ленинград.

Поступило
10 VII 1934.

ZOOLOGIE

EINE NEUE WEITVERBREITETE EPHEMEROPTERENGATTUNG AUS NÖRDLICHEN GEBIETEN DER UdSSR

Von O. ČERNOVA (Tshernova)

(*Vorgelegt von S. Zernov, Mitglied der Akademie, d. 10. VII. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Eopolymitarcys g. n.

Augen beim ♂ mittelgross; Scheitel zwischen ihnen deutlich breiter als die doppelte Augenbreite. Die Gabelung der *M* von der Flügelwurzel weiter entfernt als die Gabelung der *RS*. Zwischen den An_1 und An_2 nur

eine, selten zwei Zwischenraumadern vorhanden; zuweilen fehlen diese Adern ganz. Ausser den geraden Zwischenraumadern sind noch einige S-förmig gebogene Adern immer vorhanden: diese Adern reichen von den An_1 und Zwischenraumader bis zum Hinterrande des Flügels (Abb. 1, S. 240). Die Nervatur der Hinterflügel ist nicht reduziert: *M* gegabelt. Vorderbeine des ♂ länger als der Rumpf; Hinterbeine etwas länger als die Hälfte des Abdomens. Vorderbeine des ♀ kurz, mit gekrümmten Schenkeln. Forceps beim ♂ viergliedrig. Zahl der Schwanzfäden beim ♂ 2, beim ♀ 3. Typus generis *Eopolymitarcys nigridorsum* sp. n.

♂ imago (trocken). Kopf dunkelbraun; Antenne weiss. Prothorax hell bräunlichgrau; Meso- und Metathorax braun bis schwarz, stark glänzend. Vorderbeine schwarz, mit Ausnahme der Gelenke und Klauen, welche hell sind. Mittel- und Hinterbeine gelblich. Flügel weiss, durchscheinend. *S*, *Sc* und *R* an der Basis schwarz, apikalwärts grau. Abdomen weiss; Ventralseite gelblich. Jedes Tergit mit grossem grauem undeutlichem Fleck; 2 letzte Tergite fast ganz hellgrau. Forceps weiss. — Vorderbeine lang, länger als der Rumpf. Verhältnis der Teile der Vorderbeine: Schenkel 80, Schiene 350. Tarsenglieder 9 + 110 + 85 + 85 + 55. Penis in der Mitte nur wenig ausgeschnitten.

♀ — Vorderbeine reduziert, Tarsen mit undeutlicher Gliederung; Mittel- und Hintertarsen mit 4 Gliedern, Flügel milchweiss, am Rande dicht bewimpert. Schwanzfäden stark behaart. Alle 47 ♀♀ sind echte Subimagines, aber mit grossen verlängerten Eimassen.

Eopolymitarcys g. n. mit *Polymitarcys* Eat. verwandt, aber durch folgende Merkmale leicht kenntlich.

Eopolymitarcys g. n.	*Polymitarcys* Eat.
I Analfeld nur mit 2 bis 0 geraden Zwischenraumadern; von An_1 bis zum Flügelrand reichend zahlreiche S-förmig gebogene Adern; penis am Ende nicht besonders tief ausgeschnitten; Penisstiel dick und mehr oder weniger lang (Abb. 2, S. 241).	I Analfeld mit 3—5 geraden langen Zwischenraumadern; S-förmig gebogene Adern fehlen gänzlich. Penis sehr tief in zwei Äste gespalten. Stiel kurz und fast fehlend.

Diese Gattung durch Flügelgeäder mit *Euthyplocia* Eat. 1871 (America) und *Chromarcys* Navas 1932 (S. China) ähnlich. Von *Euthyplocia* durch viergliedrigem Forceps leicht zu unterscheiden; Verhältnis der *Chromarcys* und *Eopolymitarcys* mir unklar, da das ♂ von *Chromarcys* noch unbekannt ist. *Eopolymitarcys nigridorsum* n. g. n. sp. wird nach einer grossen Serie aus nördlichen Teilen der USSR von Leningrad bis zum Amurgebiet beschrieben.

Alle ♀♀ sind echte Subimagines, aber mit grossen freien Eimassen. Dieser Fall, — subimaginale Eiablegung — ist sehr interessant und bisher gänzlich unbekannt.

Zoologisches Institut
der Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Leningrad.

Eingegangen
d. 10. VII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR.

[1] Navas. Mem. d. Pont. Acad. d. Sci., Nuov. Lincei, vol. XVI, 1932, Roma.
[2] Ulmer. Stettin. entomolog. Ztg., 93, 1932.

Ю. Ю. ШАКСЕЛЬ

К ВОПРОСУ О ДЕТЕРМИНАЦИИ РЕГЕНЕРАЦИИ КОНЕЧНОСТИ АКСОЛОТЛЯ

II. ПЕРЕСАДКИ РЕГЕНЕРАЦИОННЫХ СТАДИЙ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 9 X 1934*)

Пересадки регенерационных стадий дали следующие результаты:

1. После ампутации в различных поперечных разрезах (середина бедра, колено, середина голени) в одной серии опытов регенерационные почки отделяются от культи и после эксартикуляции культи имплантируются в месте эксартикуляции. С вовлечением имплантата происходит полная регенерация, независимо от того, какая была имплантирована почка.

В другой серии опытов реплантации подвергались при равных условиях регенерационные зачатки. Имплантированные зачатки развиваются согласно своему происхождению, так что вместо полной регенерации, которая отпадает, возникают укороченные образования (неисправимые „проксимальные промежутки“).

2. После полной экстирпации передней и задней левой конечности в одной серии опытов трансплантируются регенерационные почки, так что передние попадают назад и наоборот. То же проделывается в другой серии опытов с регенерационными зачатками.

Конечные образования из пересаженных почек соответствуют месту имплантации. Из бластемы регенерации задней конечности возникает регенерат передней конечности и наоборот. Пересаженные почки развиваются в соответствии с местом, а не соответственно происхождению.

Конечные образования из пересаженных зачатков соответствуют месту извлечения. Таким образом, впереди образуется задняя, а позади передняя конечность. Пересаженные зачатки развиваются в соответствии с происхождением, а не соответственно месту.

3. После полной экстирпации в одной серии опытов регенерационные почки пересаживаются на различные части тела вне области конечностей. В другой серии опытов то же самое проделывается с зачатками. Из почек получаются формально неопределенные, в большинстве случаев клубневидные или лоскутные образования, которые не обнаруживают гистологически дифференцированных тканей. Из зачатков возникают более или менее атипичные конечности, обладающие скелетом, мускулатурой, сосудами, соединительными тканями, но не обладающие нервами. У них отсутствует действие функционально законченного развития. При пересадке регенерационных стадий детерминированными являются лишь зачатки.

4. В одной серии опытов трансплантировались бластемы почек, в другой серии — частицы зачатков, образовавшиеся после ампутации хвоста. Пересадка производилась в рану после полной экстирпации конечности (автопластически, гомопластически или гетеропластически). Из почечного материала хвоста развивается конечность, из зачаточного материала лоскутные, состоящие из многочисленных складок образования без внешних и внутренних признаков конечности. В случае имплантирования материала хвоста возникают смешанные образования, в которых

части скелета встречаются вместе с пальцевидными отростками и лоскутными дополнениями, содержащими исключительно соединительные ткани.

5. У следующих одна за другой регенерационных стадий после полной экстирпации ампутируются дистальные части. Оперативное вмешательство в предварительные стадии до почки не нарушают процесса регенерации. Ампутации частей зачатков приводят или путем новых образований, или путем выпадения к усиленно атипичным образованиям: при повторных операциях создаются посредством все время возобновляемых атипичных состояний дальнейшие атипичные формы.

В этом предварительном сообщении я воздерживаюсь от разбора литературы. Я отсылаю к другим сообщениям ([1—3]).

Пересадки частей конечностей показывают, что образовавшиеся на них бластемы детерминируются ими как зачатки, в которых детерминированы последующие образования.

Пересадки регенерационных стадий доказывают, что процесс детерминации происходит в них путем постепенного продвижения шаг за шагом. После мультипотентных ранних стадий следует окончательный поворот регенерационных процессов, которыми качественно детерминируется регенерат.

Материальная основа детерминации состоит в движении материальных частей, из которых каждая занимает в определенный момент определенное пространственное положение: диски из поперечных отрезов конечностей, которые независимо от места пересадки приводят лишь к детерминированным образованиям, и регенерационные зачатки. Рыхлая масса из тканей не детерминирована, но может быть детерминирована, поскольку она состоит из индифферентного материала. Бластемы, из которых состоят почки, прежде чем они превратятся в зачатки, представляют собой такие беспорядочные кучки клеточек.

Вопрос о наименьшем количестве ткани, из которого может исходить детерминация, имеет для трансплантатора прежде всего техническое значение. Диск поперечного разреза должен иметь определенную толщину, чтобы достичь приживления. Он может быть очень тонким, но все же представлять собою многоклеточное пространственно упорядоченное образование. В противном случае он не переходит в зачаток, подобно тому как лишь трансплантированный зачаток развивается в упорядоченное образование.

Материал построения регенерата над трансплантатом, независимо от того, имеем ли мы дело с куском конечности или зачатком, поставляется основой, т. е. приемником имплантата, который без имплантата дал бы иные результаты (другой регенерат или лишь зарубцевание раны). Можно, таким образом, сказать, что имплантат „индуцирует“ область имплантации или действует на нее как „организатор“. Процессы, происходящие в имплантате, вовлекают в смену своих образований более широкую органическую область. Без подобного вовлечения их собственное продолжение сделалось бы невозможным.

Многого эта терминология еще не дает. Наши результаты лишь прокладывают путь к такому пониманию проблемы, которое ставит себе целью исследование материальной природы процесса детерминации и при этом не застывает в схеме механизма, давно уже оказавшейся неудовлетворяющей потоку живой эволюции.

Морфологическая детерминация регенерации происходит в ряде следующих друг за другом шаг за шагом актов и заключается в сменяю-

щих друг друга переменах материальных частиц. Способ их биохимического действия еще должен быть выяснен.

Материальный субстрат регенерации, ведущий к образованию зачатков, содержит в себе самую ограниченную область эндогенных факторов: то, что генетически дано. К этому в течение процесса регенерации присоединяются гормональные, невральные, затем функциональные факторы. Условия роста приводят к переходу к эксогенным факторам. Естественная связь эволюции дает в этом направлении возможность искусственного воздействия.

Лаборатория экспериментальной зоологии
и морфологии животных Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
9 X 1934.

EXPERIMENTELLE ZOOLOGIE

ZUR DETERMINATION DER REGENERATION DER AXOLOTL-EXTREMITÄT

II. TRANSPLANTATIONEN VON REGENERATIONSSTADIEN

Von J. SCHAXEL

(*Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 9. X. 1934*)

Die Transplantationen von Regenerationsstadien ergeben folgendes:

1. Nach Amputation in verschiedenen Querschnitten (Mitte Oberschenkel, Knie, Mitte Unterschenkel) werden in der einen Versuchsreihe die Regenerationsknospen vom Stumpfe getrennt und nach Exartikulation des Stumpfs in die Exartikulationsstelle implantiert. Unter Einbeziehung des Implantats erfolgt totale Regeneration, gleichviel welche Knospe implantiert worden war.

In der anderen Versuchreihe werden unter sonst gleichen Verhältnissen die Regenerationsanlagen replantiert. Die implantierten Anlagen entfalten sich herkunftsgemäss, so dass an Stelle totaler Regeneration, die unterbleibt, verkürzte Gebilde entstehen (irreparable „proximale Lücken").

2. Nach totaler Exstirpation der vorderen und hinteren linken Extremität werden in der einen Versuchsreihe die Regenerationsknospen, in der anderen die Regenerationsanlagen zwischen vorn und hinten durch Transplantation vertauscht.

Die Endgebilde der Knospentransplantate entsprechen dem Implantationsorte. Aus Hinterextremitätregenerationsblastem wird ein Vorderextremitätsregenerat und umgekehrt. Die Knospentransplantate entwickeln sich nicht herkunfts-, sondern ortsgemäss.

Die Endgebilde der Anlagentransplantate entsprechen dem Entnahmeorte. Es wird also vorn eine Hinter- und hinten eine Vorderextremität gebildet. Die Anlagentransplantate entwickeln sich nicht orts-, sondern herkunftsgemäss.

3. Nach totaler Exstirpation werden in der einen Versuchsreihe Regenerationsknospen, in der anderen Regenerationsanlagen auf verschiedene Körperstellen ausserhalb der Extremitätenregion ausgepflanzt. Aus den Knospen entwickeln sich formal unbestimmte, meist knollige oder lappige Gebilde, die histologisch keine ausdifferenzierten Gewebe aufweisen.

Aus den Anlagen gehen mehr oder minder atypische Extremitäten hervor, die Skelett, Muskulatur, Gefässe, Bindegewebe, aber keine Nerven enthalten. Ihnen fehlt die Wirkung funktionaler Ausgestaltung. Bei der Transplantation von Regenerationsstadien sind nur die Anlagen determiniert.

4. In der einen Versuchsreihe werden Knospenblasteme, in der anderen Anlageteile, die nach Schwanzamputation gebildet worden sind, in die Wunde nach totaler Extremitätexstirpation transplantiert (auto-, homo- oder heteroplastisch). Aus dem Schwanzknospenmaterial entwickelt sich eine Extremität, aus dem Schwanz-Anlagenmaterial ein lappiges, vielfach gefaltete Gebilde ohne innere oder äussere Extremitätmerkmale. Wird Schwanzmaterial aus dem Stadium des Übergangs von der Knospe zur Anlage implantiert, so entstehen Mischgebilde, in denen Skeletteile, zehenartig gegliederte Auswüchse und lappige Anhänge, die nur Bindegewebe enthalten, nebeneinander vorhanden sind.

5. Von den einander folgenden Regenarationsstadien nach totaler Exstirpation werden die distalen Partien amputiert. Die Eingriffe in die Vorstadien bis zur Knospe unterbrechen die Bildungsvorgänge nicht. Amputationen von Anlagenteilen ergeben, sei es durch Neubildung, sei es durch Ausfälle, verstärkt atypische Gebilde: bei wiederholten Eingriffen werden durch immer erneut geschaffene atypische Zustände weitere Atypien erzeugt.

Von der Diskussion der Literatur sehe ich in diesem Vorbericht ab. Ich verweise auf andere Mitteilungen ([1–3]).

Die Transplantationen der Extremitätstücke zeigen, dass die auf den Stücken gebildeten Blasteme durch sie zu Anlagen bestimmt werden, in denen die weiteren Bildungen bestimmt sind.

Die Transplantationen der Regenerationsstadien zeigen, dass der Determinationsprozess sich in schrittweisem Vorrücken vollzieht. Auf die multipotenten Frühstadien folgt die Wendung der Bildungsvorgänge, nach welchen das Regenerat qualitativ bestimmt ist.

Die materielle Grundlage der Determination besteht in der Bewegung stofflicher Teile, deren jeder in jedem Zeitpunkt eine räumlich bestimmte Lage einnimmt: Scheiben aus Extremitätquerschnitten, die gleichviel wohin verpflanzt, nur bestimmte Bildungen zulassen, und die Regenerationsanlagen. Gewebebrei ist nicht determiniert, wohl aber, sofern er aus indifferenten Material besteht, determinierbar. Die Blasteme, aus denen die Knospen bestehen, ehe sie zu Anlagen werden, sind solche noch ungeordnete Zellhaufen.

Die Frage, welches die geringste Gewebemenge ist, von der die Determination ausgehen kann, ist für den Transplantationsversuch zunächst eine technische. Die Scheibe des Extremitätquerschnitts muss eine gewisse Dicke haben, damit sie einheilt. Sie kann sehr dünn sein; muss aber doch ein vielzelliges, räumlich geordnetes Gebilde sein. Sonst „veranlagt“ sie nicht, wie ja auch nur eine verpflanzte Anlage sich zu einem geordneten Gebilde entfaltet.

Das Material, aus dem das Regenerat über einem Transplantat aufgebaut wird, gleichviel, ob es sich um ein Extremitätstück oder bereits um eine Anlage handelt, stammt aus der Unterlage, also vom Implantatempfänger, der ohne Implantat etwas anderes (ein anderes Regenerat oder nur eine Wundvernarbung) liefern würde. Man könnte also sagen, dass das Implantat die Implantationsregion „induziert“ oder auf sie als „Organisator“ wirkt. Die im Implantat vor sich gehenden Prozesse ziehen einen

weiteren organischen Bereich in den Ablauf ihrer Bildungen hinein. Ohne diese Einbeziehung wäre ihre eigene Fortsetzung nicht möglich.

Viel ist mit dieser Terminologie noch nicht gewonnen. Unsere Befunde bahnen vielmehr einer Auffassung den Weg, die sich die Erforschung der stofflichen Natur des Determinationsprozesses zum Ziel setzt, ohne im Schema des Mechanismus zu erstarren, der für den Fluss des lebendigen Geschehens sich längst als unzulänglich erwiesen hat.

Die morphologische Determination der Regeneration geht in sukzessiven Akten vor sich und besteht in einander nachgeordneten Veränderungen materieller Teile. Ihre biochemische Wirkungsweise harrt noch der Aufklärung.

Das zur Anlagebildung führende materielle Substrat der Regeneration enthält den engsten Bereich der endogenen Faktoren: das, was genetisch gegeben ist. Dazu kommen im Ablauf des Regenerationsprozesses die hormonalen, neuralen, später die funktionalen Faktoren und durch die Bedingungen des Wachstums der Übergang zu den exogenen Faktoren. Der natürliche Zusammenhang des Geschehens bietet in dieser Richtung die Möglichkeit seiner künstlichen Beeinflussung.

Laboratorium für experimentelle
Zoologie und Morphologie der Tiere,
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Leningrad.

Eingegangen
d. 9. X. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Zool. Anz., Vol. 78, 1928. [2] Сборник в память Ленина Академии Наук СССР (в печати). Lenin-Gedächtnisband der Akademie der Wissenschaften der UdSSR (russisch, erscheint demnächst). [3] Успехи современной биологии (в печати). Fortschritte der Biologie der Gegenwart (russisch, erscheint demnächst).